

Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

*Д.ф.-м.н., профессор М.Н. Кирсанов**,
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «МЭИ»;
к.т.н., доцент Т.М. Андреевская,
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Ключевые слова: деформации; ферма; мачта; позиционирование; антенна; локатор

При вращении локатора (рис. 1), установленного на мачте, изменение положения центра тяжести приводит к перераспределению нагрузок на мачту и к ее деформации, что влияет на позиционирование локатора. Существующие численные расчеты по стандартным программам с использованием известных несложных и довольно точных алгоритмов позволяют вычислить соответствующие поправки и внести их в управление системы. Значительно большей эффективностью обладают аналитические решения аналогичных задач [1–4]. Готовые формулы, в отличие от таблиц численных решений, легче и надежнее программируются, обладают значительно большей универсальностью, особенно если они учитывают все параметры задачи. Так, в работе [1] найдены предельные характеристики фермы, а явное выражение для прогиба подсказало причину непредсказуемого на первый взгляд увеличения прогиба фермы при увеличении числа стержней. В работе [2] показано, что зависимость прогиба от высоты пространственной фермы обнаруживает особенность, при которой прогиб растет неограниченно. Определяются оптимальные размеры конструкции. Прогиб пространственной балочной фермы за счет перераспределения материала в системе аналитически оптимизируется в работе [3]. Теоретические и практические аспекты оптимизации и расчета плоских и пространственных статически определимых и статически неопределимых ферм исследуются в работах [4–8]. Анализ разрушения и проблем проектирования треугольных мачтовых антенных конструкций приведен в работе [9].

В частности, показана впечатляющая фотография разрушения самой высокой в мире опоры высотой 648 метров, которое произошло в 1991 г. в Польше, в городе Константинове. Вариантному проектированию и оптимизации прогибов, а также прочности и весу стальных конструкций посвящена объемная монография [10].

В работе [11] анализируются возможности и перспективы использования САПР в проектировании линий электропередач, основой которых являются решетчатые опоры. При этом указывается, что важнейшими целями проектирования являются снижение веса и увеличение прочности конструкций. Отмечается, что численные системы, в частности, «Транслайн» и SCAD, могут давать различные результаты (до 6%).

В работе [12] приведены сведения об опорах воздушных линий электропередачи, их классификация. Дана расчетная модель металлической опоры, рассмотрены силы, действующие на эти опоры, и приведен пример расчета металлической опоры. Проектирование мачт с использованием МКЭ рассмотрено в работе [13].



Рисунок 1. Мачта [9]

Постановка задачи. Мачта. Усилия в стержнях

Цели, аналогичные тем, что были поставлены в работах [1–4], ставятся и в настоящей работе в связи с позиционированием вращающегося на мачте локатора. В число параметров исследуемой задачи входят размеры мачты, ее упругие характеристики, величины нагрузок. Для мачты с определенным числом стержней n аналитическое решение можно получить достаточно просто. Обобщение аналитического решения на произвольное n составляет содержание

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

настоящей работы. Для достижения поставленной цели используется система аналитических вычислений Maple [14–17] и индуктивный метод [1–4].

Мачта представляет собой пространственную статически определимую ферму, состоящую из трех одинаковых плоских ферм, соединенных в правильную усеченную пирамиду (рис. 1, 2). По высоте ферма разбита на n поясов одинаковой высоты. Вертикальная нагрузка от локатора приводится к трем верхним узлам. При небольшой скорости вращения локатора можно пренебречь горизонтальной нагрузкой, вызванной центробежными силами. Усилия в горизонтальных стержнях, образующих контур пояса (равносторонний треугольник), обозначим как S , усилия боковых наклонных стоек – V , усилия в раскосах – D . Индексами обозначим положение соответствующего стержня в конструкции. Первый индекс – номер грани (1, 2, 3), второй – номер пояса (1, ..., n). На рисунке 2 показаны усилия, приложенные к узлу I. К узлу II приложены, соответственно, усилия $S_{1,1}$, $S_{2,1}$, $V_{2,1}$, $D_{2,1}$. Каждый пояс содержит 9 стержней. Всего необходимо найти $9n$ усилий из равновесия $3n$ узлов. Задача статически определимая, так как для каждого узла надо составить три уравнения равновесия в проекциях. Расчет усилий в стержнях проведем по программе [2–5], написанной для системы Maple применительно к произвольным пространственным статически определимым фермам. Для расчета в программе требуется задать координаты шарниров (узлов), описать структуру фермы (задать номера концов стержней) и нагрузку.

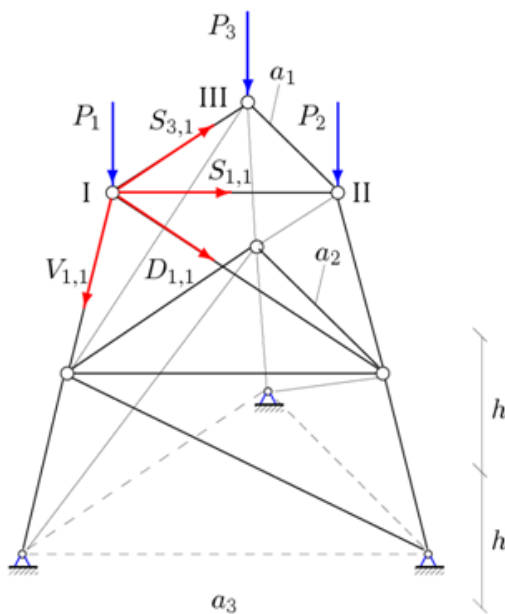


Рисунок 2. Схема мачты, $n = 2$

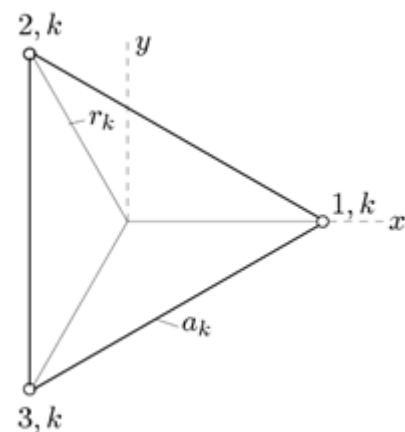


Рисунок 3. Узлы k -го контура

Зададимся геометрией мачты, характеризующейся следующими размерами: h – высота пояса; $H = nh$ – общая высота мачты; $a_1 = h/t$ – длина стержней верхнего контура; t – безразмерный параметр, определяющий размер фермы. Длины стержней других контуров (нумерация ведется сверху вниз): $a_k = a_1(1 + u(k-1))$. Безразмерный параметр u определяет угол наклона боковых стоек. При $u=0$ мачта представляет собой призму. Введем систему координат с началом в центре тяжести контура (рис. 3) и получим:

$$\begin{aligned} x_{1,k} &= r_k, y_{1,k} = 0, z_{1,k} = h(n-k+1), \\ x_{2,k} &= -r_k/2, y_{2,k} = r_k\sqrt{3}/2, z_{2,k} = z_{1,k}, \\ x_{3,k} &= -r_k/2, y_{3,k} = -r_k\sqrt{3}/2, z_{3,k} = z_{1,k}, \end{aligned}$$

где $r_k = a_k\sqrt{3}/3$ – радиус описывающей контур окружности (рис. 3). Принцип составления системы уравнений метода вырезания узлов основан на вычислении направляющих косинусов усилий, вычисляемых по заданным координатам, и организации их записи в матрицу [6].

Результатом работы программы являются следующие усилия для стержней первой грани:

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

$$V_{1,k} = -\frac{\sqrt{3}}{tf} \sqrt{u^2 + 3t^2} (P_1(3 + 2u(2k-1) + u^2k(k-1)) + P_2ku(u(k-1)+1) + P_3u(k-1)(uk+1)),$$

$$D_{1,k} = -\frac{u\sqrt{3}(P_1 - P_2)}{tf} \sqrt{3(1+t^2 + u(2k-1)) + u^2(3k(k-1)+1)},$$

$$S_{1,k} = \frac{u(P_1 - P_2)}{3(1+u(k-1))t}, \quad k \neq 1, \quad S_{1,1} = -\frac{uP_2}{3t}, \quad k = 1 \dots n,$$

где $f = 9(1+ku)(1+(k-1)u)$. Формулы для усилий других граней получаются круговой перестановкой индексов 1, 2, 3; сил P_i и первого индекса усилия. Представленные зависимости от k получены методом индукции. Для этого в процессе решения выписывались последовательности коэффициентов при степенях u . Затем в пакете **genfunc** системы Maple [14–17] применялась функция **rgf_findrecur**, возвращающая рекуррентное уравнение для коэффициентов. Например, коэффициент при u^2 в выражении для усилия $D_{1,k}$ в раскосе обнаруживает последовательность 1, 7, 19, 37, 61, 91. Для нее с помощью указанной функции получается уравнение:

$$\xi_k = 3\xi_{k-1} - 3\xi_{k-2} + \xi_{k-3}.$$

Решение этого уравнения можно найти, применяя оператор **rsolve**: $\xi_k = 3k(k-1)+1$. Другие коэффициенты оказались проще, и для них не потребовалось привлекать систему Maple. Заметим, что аналитические преобразования в Maple выполняются значительно медленнее, чем численные. Работа программы даже на мощном компьютере уже при $n = 6$ занимает слишком много времени, поэтому индуктивный метод здесь – единственная возможность получить аналитическое решение. Контроль результатов легко проводится численно по той же программе с заданием вещественных значений размеров и нагрузок.

Прогиб от вертикальной нагрузки

Найдем вертикальное смещение верхних узлов мачты. Очевидно, горизонтальные смещения узлов не определяют позиционирование локатора. Искомый прогиб состоит из прогиба от постоянной нагрузки (вес мачты) и прогиба от временной нагрузки (вес локатора). Прогиб от постоянной нагрузки одинаков для всех верхних узлов мачты и вызывает несущественное поступательное смещение прибора. Временная же нагрузка в силу эксцентриситета нагрузки приводит к наклону локатора, учесть который и предназначены искомые зависимости.

Вертикальный прогиб какого-либо верхнего узла, например I, определяем по формуле Максвелла–Мора [18]. Прикладываем к узлу единичную вертикальную силу и определяем усилия $S_{i,k}$, $V_{i,k}$, $D_{i,k}$, $k = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, 3$. Очевидно, вид формул для этих усилий будет тем же, как и для усилий от внешней нагрузки, но для значений $P_1 = 1$, $P_2 = P_3 = 0$. Запишем формулу Максвелла–Мора:

$$\Delta = \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^n \frac{S_{i,k} S_{i,k} a_k}{EF_S} + \frac{V_{i,k} V_{i,k} l}{EF_V} + \frac{D_{i,k} D_{i,k} c_k}{EF_D}, \quad (1)$$

где

$$l = a_1 \sqrt{u^2/3 + t^2}, \quad c_k = a_1 \sqrt{1 + u(2k-1) + t^2 + u^2(k(k-1) + 1/3)}$$

– длины наклонных стоек и раскосов k -го пояса соответственно; EF_S, EF_D, EF_V – жесткости стержней контура, раскосов и стоек. Выполняя в (1) суммирование по $i = 1, \dots, 3$, получим:

$$\Delta = \sum_{k=1}^n \frac{\Delta_{S,k}}{EF_S} + \frac{\Delta_{V,k}}{EF_V} + \frac{\Delta_{D,k}}{EF_D},$$

где

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

$$\Delta_V = \frac{\sqrt{3}(u^2 + 3t^2)^{3/2}h}{f^2t^3} (P_1(3k^2(k-1)^2u^4 + 6k(k-1)(2k-1)u^3 + (24k(k-1) + 5)u^2 + 12(2k-1)u + 9) + (P_2 + P_3)(3k^2(k-1)^2u^3 + 6k(k-1)(2k-1)u^2 + (15k(k-1) + 2)u + 6(2k-1))),$$

$$\Delta_D = \frac{\sqrt{3}u^2(3(1+t^2+u(2k-1))+u^2(3k(k-1)+1))^{3/2}h}{f^2t^3} (2P_1 - P_2 - P_3),$$

$$\Delta_S = \frac{u^2(2P_1 - P_2 - P_3)h}{(1+u(k-1))t^3}.$$

Дальнейшее суммирование по $k = 1, \dots, n-1$ в системе Maple возможно, но оно приводит к весьма громоздким выражениям, содержащим специальные функции (пси-функции и гамма-функции), и потому не имеет практического смысла. Однако для малых углов наклона стоек легко получить приближенное аналитическое выражение для прогиба. Раскладывая $\Delta_S, \Delta_D, \Delta_V$ в ряд по u до второго порядка (можно применить оператор `mtaylor`), получим:

$$\Delta = \frac{nh}{3} \left(\frac{un(P_2 + P_3) - P_1(un - 3)}{EF_V} + \frac{u^2(2P_1 - P_2 - P_3)}{3t^3} \left(\frac{(1+t^2)^{3/2}}{EF_D} + \frac{1}{EF_S} \right) \right). \quad (2)$$

Найдем зависимость прогиба от положения нагрузки. Под нагрузкой здесь понимаем вес локатора G , смещенный относительно центра тяжести верхнего контура на ρ . Из условия равновесия получим выражения для узловых вертикальных нагрузок (рис. 4):

$$P_1 = G(a_1 + 2\sqrt{3}\rho \cos \varphi) / (3a_1),$$

$$P_2 = G(a_1 + \sqrt{3}\rho(3 \sin \varphi - \cos \varphi)) / (3a_1),$$

$$P_3 = G(a_1 - \sqrt{3}\rho(3 \sin \varphi + \cos \varphi)) / (3a_1).$$

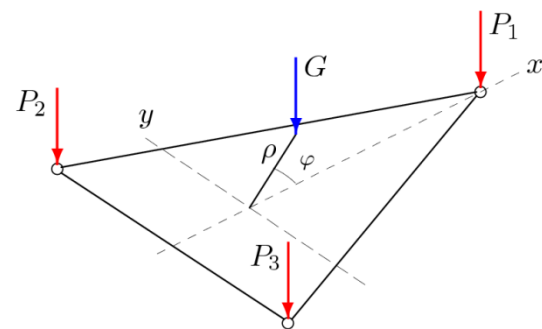


Рисунок 4. Приведение нагрузки G к узлам

Графики зависимости относительного прогиба $\tilde{\Delta} = EF_V \Delta / G$ при $\rho = 1\text{ м}$, $h = 10\text{ м}$, $u = 0, 2$, $t = 2$, $n = 4$ (рис. 5), построенные для стержней одинаковой жесткости $EF_S = EF_D = EF_V$ и для случая, где жесткость решетки (раскосов и горизонтальных стержней) уменьшена, показывают, что разность результатов невелика, но в одном случае ($\varphi = 0$) экономный вариант по расходу материала на стержни решетки ($EF_S = EF_D = EF_V / 5$) приводит к увеличению прогиба, в другом (при $\varphi = \pi$) – к уменьшению.

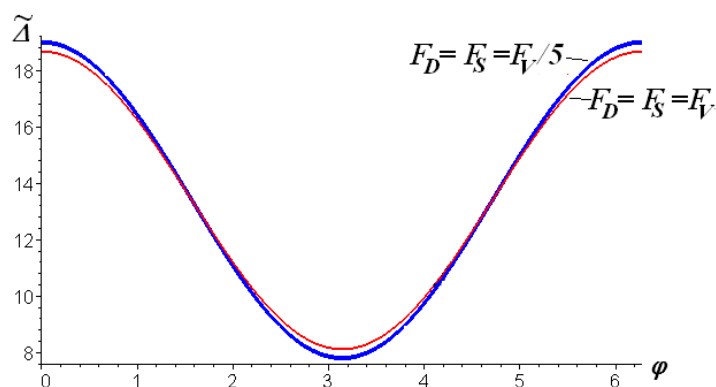


Рисунок 5. Зависимости относительного прогиба от угла φ

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

Сравним приближенное решение (1) и точное (2) при $\rho = 1 м$, $h = 10 м$, $u = 0,1$, $t = 2$, $n = 4$, жесткости всех стержней одинаковые (рис. 6).

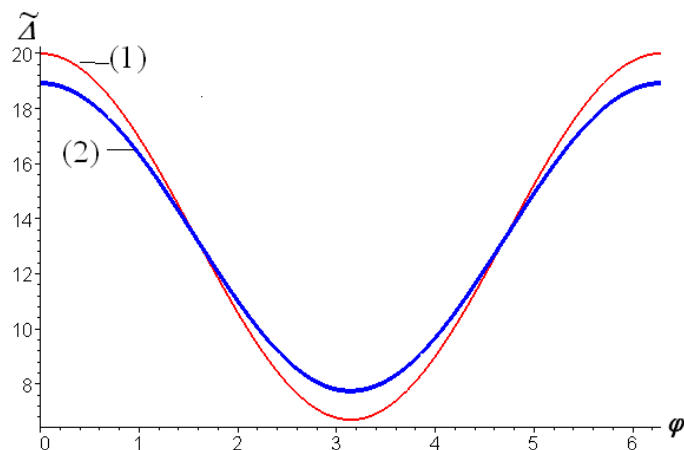


Рисунок 6. Приближенное решение и точное в зависимости от угла φ

Совпадения решений приходится на углы, близкие к $\pi/2$ и $3\pi/2$. С ростом u увеличивается расхождение решений. Проверка показывает, что решением (2) для практических расчетов можно пользоваться при $u < 0,2$.

Прогиб от горизонтальной нагрузки

Несмотря на то, что прогиб от постоянных нагрузок на позиционирование локатора влияет незначительно, имеет смысл оценить их величину, хотя бы для того, чтобы, во-первых, сравнить их с уже найденными, а во-вторых, найти возможность их уменьшения. Последняя цель стоит отдельно от поставленной задачи о позиционировании локатора, но имеет самостоятельное значение как часть задачи о прочности и деформативности всего сооружения в целом. Это тем более просто, что использованная программа является универсальной, и для получения аналитических формул при другой нагрузке достаточно изменить правую часть системы уравнений. Очевидно, наиболее существенной постоянной нагрузкой для таких сооружений, обладающих достаточно большой высотой и значительной парусностью локатора, является горизонтальная боковая (например, ветровая). Моделируем эту нагрузку горизонтальной силой G_H , приложенной по оси x к одному из верхних узлов, например, к I. Аэродинамической нагрузкой на стержни фермы пренебрегаем. Получим следующие выражения для усилий:

$$V_{1,k} = \frac{3\sqrt{u^2 + 3t^2}(2k - 1 + 2k(k - 1)u)}{f} G_H, \quad V_{2,k} = -\frac{(k - 1)\sqrt{u^2 + 3t^2}}{3(1 + (k - 1)u)} G_H, \quad V_{3,k} = -\frac{k\sqrt{u^2 + 3t^2}}{3(1 + (k - 1)u)} G_H,$$

$$D_{1,k} = -\frac{3G_H}{f} \sqrt{3(1 + t^2 + u(2k - 1)) + u^2(3k(k - 1) + 1)}, \quad D_{2,k} = 0, \quad D_{3,k} = -D_{1,k},$$

$$S_{1,1} = 0, \quad S_{1,k} = \frac{\sqrt{3} G_H}{3(1 + u(k - 1))}, \quad k \neq 1, \quad S_{2,k} = 0, \quad S_{3,k} = -\frac{\sqrt{3} G_H}{3(1 + u(k - 1))}, \quad k = 1, \dots, n.$$

Прогиб определяем по той же формуле (1) и с теми же единичными усилиями $v_{i,k}, d_{i,k}, s_{i,k}$. Простое приближенное выражение для прогиба находим разложением в ряд Тейлора по малым величинам u , характеризующим наклон боковых стоек. Наиболее короткое и точное выражение получается, если в формуле для прогиба стоек удерживать слагаемые до второго порядка, а в остальных — только линейные:

$$\Delta = \frac{nh\sqrt{3}}{3} \left(\frac{ut(1 + 4n^2)/3 - u^2n(3 + t^2(5 + 9n^2))/(6t) - nt}{EF_v} + \frac{2u(1 + t^2)^{3/2}}{3t^2 EF_D} + \frac{2u}{3t^2 EF_S} \right). \quad (3)$$

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

График зависимости относительного прогиба $\tilde{\Delta} = EF_V \Delta / G_H$ при $h=10\text{ м}$, $t=2$, $n=4$ (рис. 7), построенный для стержней одинаковой жесткости, показывает, что приближенную формулу можно применять с достаточной степенью точности до $u < 0,06$.

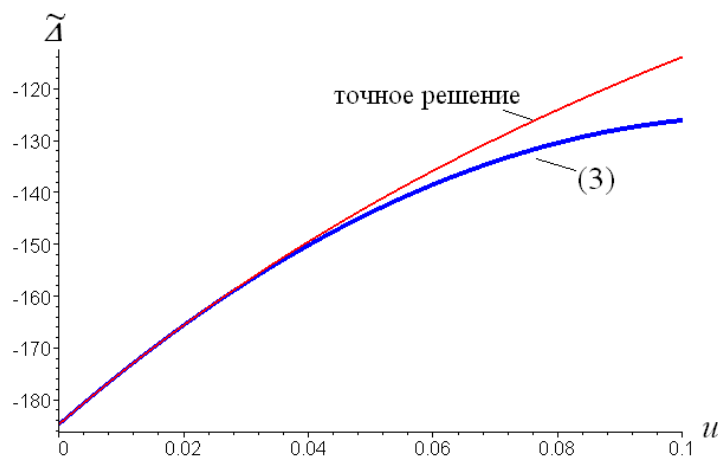


Рисунок 7. Смещение от горизонтальной нагрузки. Приближенное решение и точное

Из этого результата можно также сделать вывод, что прогиб от боковой нагрузки на порядок выше, чем от эксцентриситета локатора, даже если считать величины аэродинамической нагрузки G_H и веса локатора G одинаковыми.

Смещение от горизонтальной нагрузки можно уменьшить, несколько оптимизировав конструкцию.

Пусть распределение площадей сечений между стержнями будет следующим:

$$F_S = F_V(1 - c\alpha), \quad F_D = F_V(1 + c), \quad (4)$$

т. е. площади сечений стержней горизонтальных контуров немного уменьшатся, а раскосов – увеличатся. Для того чтобы общий объем не изменился, введен коэффициент α , отчасти учитывающий то, что раскосы длиннее стержней контуров. Здесь неизбежна некоторая погрешность, исчезающая только при $u = 0$. Функция (3) с учетом (4) имеет минимум по параметру перераспределения c (рис. 8). Графики построены при $u = 0,1$, $h = 10\text{ м}$, $t = 2$. Соответствующее значение можно найти аналитически:

$$c = \frac{\alpha + \alpha(1+t^2)^{3/2} - (1+t^2)^{3/4}(1+\alpha)\sqrt{\alpha}}{\alpha(\alpha(1+t^2)^{3/2} - 1)}.$$

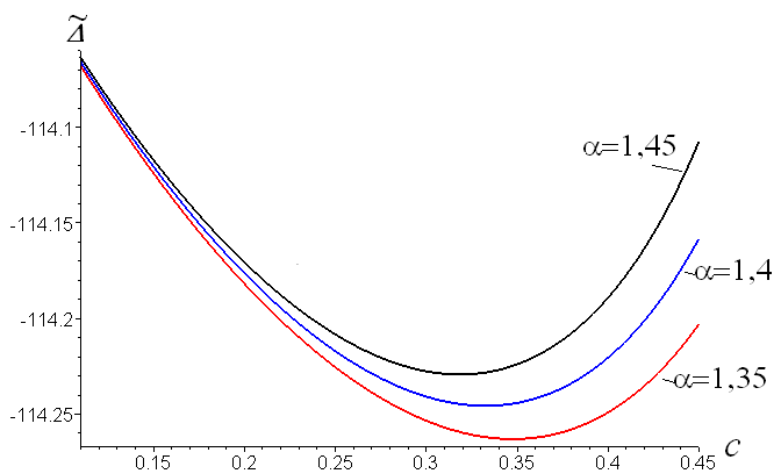


Рисунок 8. Смещение от горизонтальной нагрузки. Перераспределение материала

Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М. Анализ влияния упругих деформаций мачты на позиционирование антенного и радиолокационного оборудования

Выводы

Получены аналитические зависимости для усилий в стержнях и для прогиба конструкции от горизонтальной и вертикальной нагрузки, содержащие пять параметров задачи: ρ , h , u , t и n . Найдены условия, при которых прогиб минимальный. Показана зависимость решения от величины однопараметрического перераспределения материала по стержням системы (дополнительный, шестой параметр задачи c). В тех случаях, где точные решения оказываются громоздкими и неудобными для практического использования, получены их приближенные аналитические аналоги. Найденные выражения могут быть полезными как для оценки численных решений задач для пространственных ферм-мачт треугольного типа с произвольным числом горизонтальных контуров в широком диапазоне изменения геометрических параметров конструкций, так и в конкретных практических расчетах.

Литература

1. Голоскоков Д.П. Практический курс математической физики в системе Maple. СПб.: ПаркКом, 2010. 644 с.
2. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. М.: ДМК Пресс, 2011. 800 с.
3. Матросов А.В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001. 526 с.
4. Кирсанов М.Н. Maple и MapleT. Решение задач механики. СПб.: Лань, 2012. 512 с.
5. Кирсанов М.Н. Статический расчет и анализ пространственной стержневой системы // Инженерно-строительный журнал. 2011. №6(24). С. 28–34.
6. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет пространственной стержневой системы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2012. №1. С. 49–53.
7. Кирсанов М.Н. Аналитический расчет и оптимизация пространственной балочной фермы // Вестник МЭИ. 2012. №5. С. 5–8.
8. Кирсанов М.Н. Особенности аналитического расчета пространственных стержневых систем // Строительная механика и расчет сооружений. 2011. №5. С. 11–15.
9. Behrooz Farsi, Ali Alania-ziazi. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation // International Journal of Solids and Structures. 2010. Vol. 47. Issues 18–19. Pp. 2508–2524.
10. Rychter Z., Musiuk A. Topological sensitivity to diagonal member flips of two-layered statically determinate trusses under worst loading // International Journal of Solids and Structures. 2007. Vol. 44. Issues 14–15. Pp. 4942–4957.
11. Mostafa S.A. Elsayed, Damiano Pasini. Multiscale structural design of columns made of regular octet-truss lattice material // International Journal of Solids and Structures. 2010. Vol. 47. Issues 14–15. Pp. 1764–1774.
12. Ligarò S.S., Valvo P.S. Large displacement analysis of elastic pyramidal trusses // International Journal of Solids and Structures. 2006. Vol. 43. Issue 16. Pp. 4867–4887.
13. Stottrup-Andersen U. Masts and Towers // Proceedings of the IASS Symposium., Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures, 28 September – 2 October 2009. Valencia, Spain, 1997. Pp. 127–138.
14. Лихтарников Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций. М., Стройиздат, 1979. 320 с.
15. Смазнов Д.Н. Использование САПР для решения исследовательских задач при проектировании опор воздушных линий электропередачи // Инженерно-строительный журнал. 2009. №1(3). С. 6–12.
16. Подколзин Г.П., Макеев С.А., Ядров В.И. Расчет опор ЛЭП. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005. 36 с.
17. Lee W.H. Conceptual design for scaled truss antenna flight experiment (US. NASA techn. memorandum; N 85804). 1984. 40 p.
18. Потапов В.Д., Александров А.В., Косицын С.Б., Долотказин Д.Б. Строительная механика: Учебник для вузов. Кн. 1. Статика упругих систем. Под ред. В.Д. Потапова. М.: Высшая школа, 2007. 511 с.

**Михаил Николаевич Кирсанов, Москва, Россия*

Тел. раб.: +7(495)5032793; эл. почта: mpei2004@yandex.ru

© Кирсанов М.Н., Андреевская Т.М., 2013

doi: 10.5862/MCE.40.6

Analysis of the effect of elastic deformation of the mast on the positioning of antenna and radar equipment

M.N. Kirsanov,

National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia

T.M. Andreyevskaya,

National Research University "The Higher School of Economics", Moscow, Russia

+7(495)503-27-93; e-mail: mpei2004@yandex.ru

Key words

strain; truss; mast; positioning; antenna; radar

Abstract

The influence of the eccentricity and the position of the load on the radar mast is studied. The mast is a statically determinate truss, consisting of three identical plane trusses connected to the regular truncated pyramid. Vertical truss is divided into n zones of equal height. The load is reduced to the nodes of the upper boom of the mast.

The analytical solution for the forces in the spatial truss rods for an arbitrary number of horizontal contours, and the expression for the deflection under the assumption that the angles of deviation from the vertical of struts are small, are given. The resulting approximate and exact analytical solutions for the deflection under the action of horizontal load allow optimization of the construction.

One of the possibilities for optimization is the redistribution of the material between the elements of the construction. An analytical solution of this problem is found. The inductive method with the support of a computer algebra system Maple is used.

References

1. Goloskokov D.P. *Prakticheskiy kurs matematicheskoy fiziki v sisteme Maple* [Practical course of mathematical physics in Maple]. Saint-Petersburg: ParkKom, 2010. 644 p. (rus)
2. Diakonov V.P. *Maple 10/11/12/13/14 v matematicheskikh raschetakh* [Maple 10/11/12/13/14 in calculation]. Moscow: DMK Press, 2011. 800 p. (rus)
3. Matrosov A.V. *Maple 6. Resheniye zadach vysshey matematiki i mekhaniki* [Maple 6. Solving of higher mathematics and mechanics problems]. Saint-Petersburg: BKhV-Peterburg, 2001. 526 p. (rus)
4. Kirsanov M.N. *Maple i Maplet. Resheniye zadach mekhaniki* [Maple and Maplet. Solving of mechanics problems]. Saint-Petersburg: Lan, 2012. 512 p. (rus)
5. Kirsanov M.N. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No.6(24). Pp. 28–34. (rus)
6. Kirsanov M.N. *Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*. 2012. No.1. Pp. 49–53. (rus)
7. Kirsanov M.N. *Vestnik MEI*. 2012. No.5. Pp. 5–8. (rus)
8. Kirsanov M.N. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy*. 2011. No.5. Pp. 11–15. (rus)
9. Behrooz Farsi, Ali Alania-ziazi. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation. *International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. No.18–19. p. 2508–2524.
10. Rychter Z., Musiuk A. Topological sensitivity to diagonal member flips of two-layered statically determinate trusses under worst loading. *International Journal of Solids and Structures*. 2007. Vol. 44. No. 14–15. Pp. 4942–4957.
11. Mostafa S.A. Elsayed, Damiano Pasini. Multiscale structural design of columns made of regular octet-truss lattice material. *International Journal of Solids and Structures*. 2010. Vol. 47. No.14–15. Pp. 1764–1774.
12. Ligarò S.S., Valvo P.S. Large displacement analysis of elastic pyramidal trusses. *International Journal of Solids and Structures*. 2006. Vol.43. No.16. Pp. 4867–4887.
13. Stottrup-Andersen U. Masts and Towers. *Proceedings of the IASS Symposium, Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures 28 September – 2 October 2009*. Valencia, Spain, 2009. Pp. 127–138.

14. Likhtarnikov Ya.M. *VARIANTNOYE PROEKTIROVANIYE I OPTIMIZATSIYA STALNYKH KONSTRUKTSIY* [Variant designing and optimization of steel structures]. Moscow, Stroyizdat, 1979. 320 p. (rus)
15. Smaznov D.N. *Magazine of Civil Engineering*. 2009. No.1(3). Pp. 6–12. (rus)
16. Podkolzin G.P., Makeev S.A., Iadrov V.I. *Raschet opor LEP* [Calculation of transmission towers]. Omsk : Izd-vo OmGTU, 2005. 36 p. (rus)
17. Lee W.H. *Conceptual design for scaled truss antenna flight experiment (US. NASA techn. memorandum; N 85804)*. 1984. 40 p.
18. Potapov V. D., Aleksandrov A. V., Kositsyn S. B., Dolotkazin D. B. *Stroitel'naya mekhanika: Uchebnik dlia vuzov. Kn. 1. Statika uprugikh sistem* [Structural mechanics: Manual for higher school. Volume 1. Statics of elastic systems]. Edited by V.D. Potapov. Moscow: Vysshaya shkola, 2007. 511 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 52–58