

Влияние разломов на напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннеля

*Д.т.н., профессор В.Н. Бухарцев;
аспирант Е.Н. Волков*,*

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние; туннель; трещины разлома; трещиноватость скального массива; главные напряжения; параметр Лоде

Постановка задачи

Туннели – широко распространенные инженерные сооружения, использующиеся в качестве сухопутных и водных транспортных артерий, для прокладки сетей городского хозяйства и т. д. Особую группу составляют гидротехнические туннели, являющиеся важной частью многих водохозяйственных комплексов. Они используются, например, при пересечении трассой водовода горного хребта, являющегося водоразделом; в качестве водоводов деривационных ГЭС; для отвода реки в период строительства гидроузла; при устройстве береговых водосбросов и т. д. Обеспечение работоспособности гидротехнического туннеля в целом и его составных частей (обделок, закладных деталей и т. д.) на протяжении всего срока службы – неперемное условие безопасной работы всего гидротехнического комплекса.

Часто гидротехнические туннели, сооружаемые на горных и предгорных участках рек, располагаются в зонах с повышенной тектонической активностью. Эти зоны характеризуются наличием разломов в земной коре. В приразломных зонах могут возникать как зоны разгрузки, так и концентрации напряжений. Напряженно-деформированное состояние, возникающее в приразломной зоне горного массива, отличается от бытового состояния, которое формируется на значительном удалении от разлома. Обеспечение нормальной работы гидротехнического туннеля в таких местах – задача важная во всех отношениях: как для безопасной эксплуатации туннеля, так и для экономической целесообразности.

Для обеспечения нормальной работы туннеля необходимо иметь представление о напряженно-деформированном состоянии горного массива вблизи разлома – в зоне влияния выработки. Поскольку деформационные характеристики горного массива существенно зависят от естественной трещиноватости, эту трещиноватость необходимо оценить.

Адекватное математическое моделирование приразломной зоны и естественной трещиноватости горного массива, а также оценка их влияния на напряженно-деформированное состояние – актуальные задачи при расчете конструкций гидротехнических туннелей.

Изученность проблемы

В настоящее время существует ряд методик, позволяющих определить напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннелей. Современные российские нормативные документы фактически приводят расчетные зависимости лишь для решения задач в условиях плоской деформации. При этом не учитываются особенности работы туннеля, пересекающего разлом, как пространственной конструкции.

Задачи о распределении напряжений вокруг отверстий (к которым сводятся многие задачи о напряженно-деформированном состоянии горного массива в окрестности выработки туннеля) впервые были решены в работах Г. Кирша (G. Kirsch) в 1898 г. [1] и получили развитие в работах Н.И. Мухелишвили [2], Г.Н. Савина [3], А.С. Космодамианского [4]. Некоторые решения пространственной задачи о равновесии упругого кругового цилиндра приведены в работах А.И. Лурье [5, 6], А.Я. Александрова [7] и др. Решение для выработок кругового очертания в вязкоупругом массиве пород приведено в работе [8]. Теоретические основы исследований напряженно-деформированного состояния тел с трещинами были заложены в работах Гриффитса, Ирвина, Орована [10]. Методы расчета обделок напорных туннелей с учетом неоднородности окружающего массива пород приведены в работе [9]. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород описаны в работах [11–14]. Геометрические характеристики приразломных трещин изучены в работе [15]. Характер деформирования и разрушения горных пород вблизи разломов рассмотрены в работах [16–21].

Бухарцев В.Н., Волков Е.Н. Влияние разломов на напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннеля

Принятые предположения и допущения

При исследовании напряженно-деформированного состояния горного массива встает вопрос о том, как оценить трещиноватость горного массива для получения корректных значений смещений и деформаций. В работе М.В. Раца [11] показано, что густота трещин, опережающих разлом, растет по мере приближения к оси разлома по экспоненциальному закону:

$$b = a - c \cdot e^{-x/k}, \quad (1)$$

где b – расстояние между трещинами на удалении x от оси разлома; a, c, k – параметры, оцениваемые по результатам натуральных наблюдений, зависящие от трещиноватости горного массива и тектонической обстановки в целом.

В работе [11] описан подход к определению обобщенного модуля деформации массива, разбитого системами параллельных трещин. Основные положения этого подхода следующие: «Массив с одной системой параллельных трещин рассматривается как среда, состоящая из изотропных слоев двух типов. Первый тип слоев моделирует блоки породы и характеризуется параметрами: a – мощность слоя, соответствующая расстоянию между трещинами, E_1 – модуль деформации породы в блоке, μ – коэффициент Пуассона породы. Второй тип слоев моделирует трещины и характеризуется параметрами: Δa – мощность слоя, соответствующая ширине раскрытия трещин, E_2 – модуль деформации породы в зоне трещины, $\mu = 0$. Для открытых трещин, в которых соприкасаются стенки, сложенные той же горной породой, принимается $E_2 = E_1$. Важной характеристикой этого слоя является отношение ξ длины (в плоской задаче) скальных контактов в пределах слоя к длине области воздействия сооружения. Для элементарного блока, состоящего из двух слоев, по закону Гука при нагружении перпендикулярно трещинам:

$$\frac{\sigma(a + \Delta a)}{E} = \frac{\sigma(\Delta a)}{\xi \cdot E_2} + \frac{\sigma(a)}{E_1},$$

где E – модуль деформации двухслойной среды в направлении, перпендикулярном слоистости» [11].

Необходимо отметить, что эта математическая зависимость имеет недостаток. Из описания подхода следует, что параметр ξ нужно понимать не иначе как отношение площади скальных контактов внутри трещины между соседними блоками породы к площади трещины. Для трещин, в которых контакт между соседними блоками отсутствует (трещины разрыва), параметр ξ , очевидно, равен 0. Так как этот параметр находится в знаменателе дроби, то результат деления не определен, а выражение не имеет смысла.

Приняв за основу описанный подход, авторы разработали модель, описывающую деформирование двухслойной среды (массив с одной системой параллельных трещин) и свободную от приведенного выше недостатка.

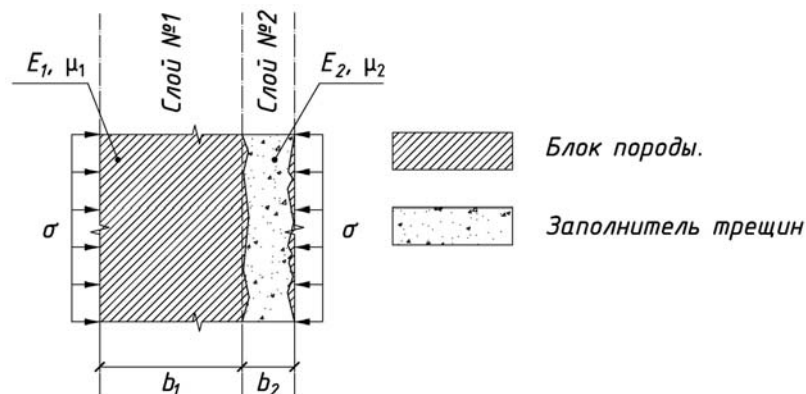


Рисунок 1. Модель двухслойной среды

Пусть объектом моделирования будет массив горной породы с одной системой параллельных трещин. Рассмотрим отдельно ту часть массива, которая состоит из блока породы и прилегающей к нему трещины. Представим эту часть как среду, состоящую из двух изотропных слоев (рисунок 1): первый слой, мощностью b_1 , соответствует блоку породы; второй слой, мощностью b_2 , соответствует заполнителю трещины. При этом предполагается, что $b_1 \gg b_2$. Каждый из слоев характеризуется модулем продольной упругости E_1 и E_2 и коэффициентом Пуассона μ_1 и μ_2 . Контакт между двумя соседними блоками породы оценим безразмерной величиной S , выражающей отношение площади контакта соседних блоков к площади трещины между этими блоками. Таким образом, $0 \leq S \leq 1$.

Тогда, используя простой закон Гука, найдем абсолютное удлинение (укорочение) двухслойной среды в направлении, перпендикулярном трещине. Оно, очевидно, будет равно сумме абсолютных удлинений (укорочений) каждого слоя:

$$\frac{\sigma(b_1 + b_2)}{E} = \frac{b_1 \sigma}{E_1} + b_2 \sigma \left[\frac{S}{E_1} + \frac{(1-S)}{E_2} \right], \quad (2)$$

где σ – действующие напряжения, МПа; E – осредненный модуль продольной упругости двухслойной среды в направлении, перпендикулярном трещине, МПа.

В правой части (2) в скобках – абсолютное удлинение (укорочение) слоя заполнителя трещины с учетом контактов массивов. Вынося за скобки E_2 и сокращая на σ , получим:

$$\frac{b_1 + b_2}{E} = \frac{b_1}{E_1} + \frac{b_2}{E_2} \left(S \frac{E_2}{E_1} + 1 - S \right). \quad (3)$$

Отсюда модуль продольной упругости двухслойной среды:

$$E = \frac{E_1 E_2 (b_1 + b_2)}{E_1 b_2 (1 - S) + E_2 (b_1 + b_2 S)}. \quad (4)$$

Подставляя в (4) $S = 0$ (случай открытой трещины, соседние блоки не соприкасаются между собой), получаем:

$$E = \frac{E_1 E_2 (b_1 + b_2)}{E_1 b_2 + E_2 b_1}. \quad (5)$$

Соответственно, при $S = 1$ (случай полного контакта между берегами трещины)

$$E = E_1. \quad (6)$$

Учитывая, что мощность блока породы двухслойной среды много раз больше мощности трещины ($b_1 \gg b_2$), в формуле (1) можно положить $b = b_1$, откуда следует

$$b_1 = a - c \cdot e^{-x/k}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4), найдем модуль упругости горного массива на расстоянии x от оси разлома (в направлении, перпендикулярном системе параллельных трещин):

$$E = \frac{E_1 E_2 (a - c \cdot e^{-x/k} + b_2)}{E_1 b_2 (1 - S) + E_2 (a - c \cdot e^{-x/k} + b_2 S)}. \quad (8)$$

Формулу (8) можно применить при решении задачи о напряженно-деформированном состоянии горного массива вблизи разлома – в зоне влияния выработки с учетом системы параллельных трещин, «оперяющих» разлом.

Методика решения задачи

Для определения напряжений в окрестности выработки вблизи разлома с учетом системы параллельных трещин необходимо решить задачу о распределении напряжений вокруг отверстия в упругой среде в общем виде (в объемной постановке).

Предположим, что в упругом массиве пройдена выработка туннеля диаметром D без крепи. Составляющая установившегося горного давления, действующего на выработку вертикально, определяется зависимостью:

$$P_{\text{верт}} = \gamma H, \quad (9)$$

где γ – объемный вес вышележащих пород, МН/м^3 ; H – высота столба вышележащих пород в метрах.

Горизонтальную составляющую горного давления можно определить:

$$P_{\text{гор}} = \lambda \gamma H, \quad (10)$$

где λ – коэффициент бокового отпора, равный $\lambda = \frac{\mu}{1 - \mu}$; μ – коэффициент Пуассона.

Допустим, что выработку туннеля в диаметральной направлении пересекает разлом, угол падения которого 90° . Берега разлома не соприкасаются друг с другом, следовательно, поверхность разлома свободна от напряжений. По обе стороны от разлома его «оперяет» система параллельных ему трещин (рисунок 2). Расстояния между трещинами определяются по формуле (1). Модуль упругости блока породы E_1 принят постоянным. Модуль упругости массива на удалении x от оси разлома в направлении, перпендикулярном системе трещин, принимается по формуле (8).

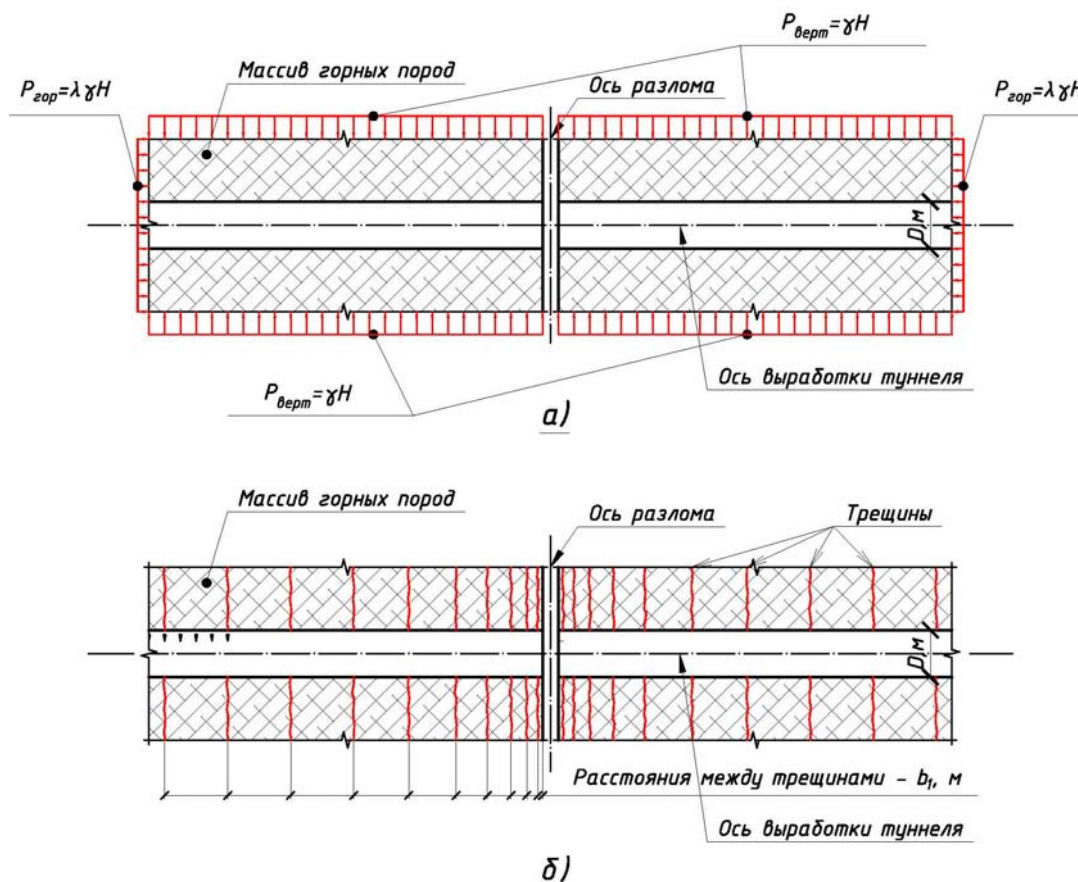


Рисунок 2. Схема горного массива с пройденной в нем выработкой туннеля:
а) схема нагружения, б) структурная схема

Для оценки влияния параметров трещиноватости, входящих в формулу (8), на напряженно-деформированное состояние горного массива в окрестности выработки использован метод планирования эксперимента.

Алгоритм построения ортогонального центрального композиционного плана представлен на рисунке 3.

Следуя методам, описанным в работе [22, с. 18], и учитывая формулу (8), авторы определили физические переменные (факторы), соответствующие способам воздействия внешней среды на объект исследования. За физические переменные здесь приняты следующие параметры: модуль продольной упругости заполнителя трещины – E_2 ; раскрытие трещин – b_2 ; отношение площади контакта соседних блоков к площади трещины – S . Постоянные величины (факторы): модуль деформации породы в блоке – E_1 ; коэффициенты a, c, k .

В таблице 1 приведены значения постоянных и пределы изменения переменных величин.

Задавшись значениями постоянных величин и пределами изменения физических переменных, с помощью программы Statistica 8 авторы построили матрицу планирования эксперимента (таблица 2).

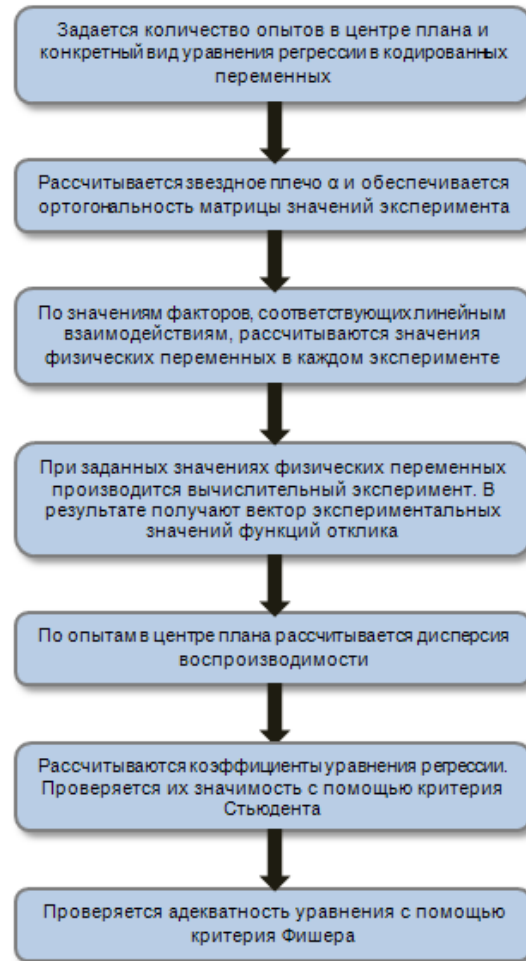


Рисунок 3. Алгоритм построения ортогонального центрального композиционного плана и расчета параметров регрессии

Таблица 1. Значения постоянных и пределы изменения переменных факторов воздействия

Название фактора	Обозначение	Единица измерения	Величина
<u>Постоянные факторы</u>			
Модуль деформации породы в блоке	E_1	МПа	$0,9 \cdot 10^5$
Коэффициент при формуле (4)	a	б/р*	0,2
Коэффициент при формуле (4)	c	б/р*	1
Коэффициент при формуле (4)	k	б/р*	1
<u>Переменные факторы</u>			
Модуль упругости заполнителя трещин	E_2	МПа	$0,2 \cdot 10^5 \div 0,9 \cdot 10^5$
Раскрытие трещин	b_2	м	$0,05 \div 0,3$
Отношение площади контакта соседних блоков к площади трещины	S	б/р*	$0,2 \div 0,8$

* б/р – безразмерная величина

Таблица 2. Матрица планирования эксперимента

№ эксперимента	Переменные факторы		
	E_2 , МПа	b_2 , м	S
1	$0,55 \cdot 10^5$	0.39	0.50
2	$0,1 \cdot 10^5$	0.18	0.50
3	$0,9 \cdot 10^5$	0.30	0.20
4	$0,55 \cdot 10^5$	0.18	0.00
5	$0,55 \cdot 10^5$	0.18	1.00
6	$0,2 \cdot 10^5$	0.30	0.20
7	$0,2 \cdot 10^5$	0.05	0.20
8	$0,55 \cdot 10^5$	0.18	0.50
9	$0,9 \cdot 10^5$	0.05	0.20
10	$0,55 \cdot 10^5$	0.18	0.50
11	$0,2 \cdot 10^5$	0.05	0.80
12	$0,9 \cdot 10^5$	0.30	0.80
13	$0,2 \cdot 10^5$	0.30	0.80
14	$1,14 \cdot 10^5$	0.18	0.50
15	$0,55 \cdot 10^5$	0.00	0.50
16	$0,9 \cdot 10^5$	0.05	0.80

Решение задачи производилось методом конечных элементов с помощью универсального программного комплекса "COMSOL Multiphysics", с использованием расчетного модуля "COMSOL Geomechanics". Данный программный комплекс позволяет задавать физико-механические характеристики исследуемой модели с помощью зависимостей. В решаемой задаче модуль упругости массива определялся заново для каждого эксперимента при помощи формулы (8) с помощью подстановки в нее значений из таблиц №1 и №2 соответственно. Расчетная модель и ее физико-механические характеристики представлены на рисунке 4.

В горном массиве 1 на глубине H пройдена выработка гидротехнического туннеля 2 диаметром D . Граничные условия приняты следующие: на горный массив действуют силы от веса вышележащих пород 3 и бокового отпора. Плоскость разлома свободна от напряжений. В вертикальных плоскостях, ограничивающих модель, применены заделки, которые ограничивают перемещения в направлении, перпендикулярном рассматриваемой плоскости. Модуль упругости массива вычислялся в каждой точке модели по формуле (8).

За объекты исследования (функции отклика) были приняты напряжения $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ вдоль выработки гидротехнического туннеля.

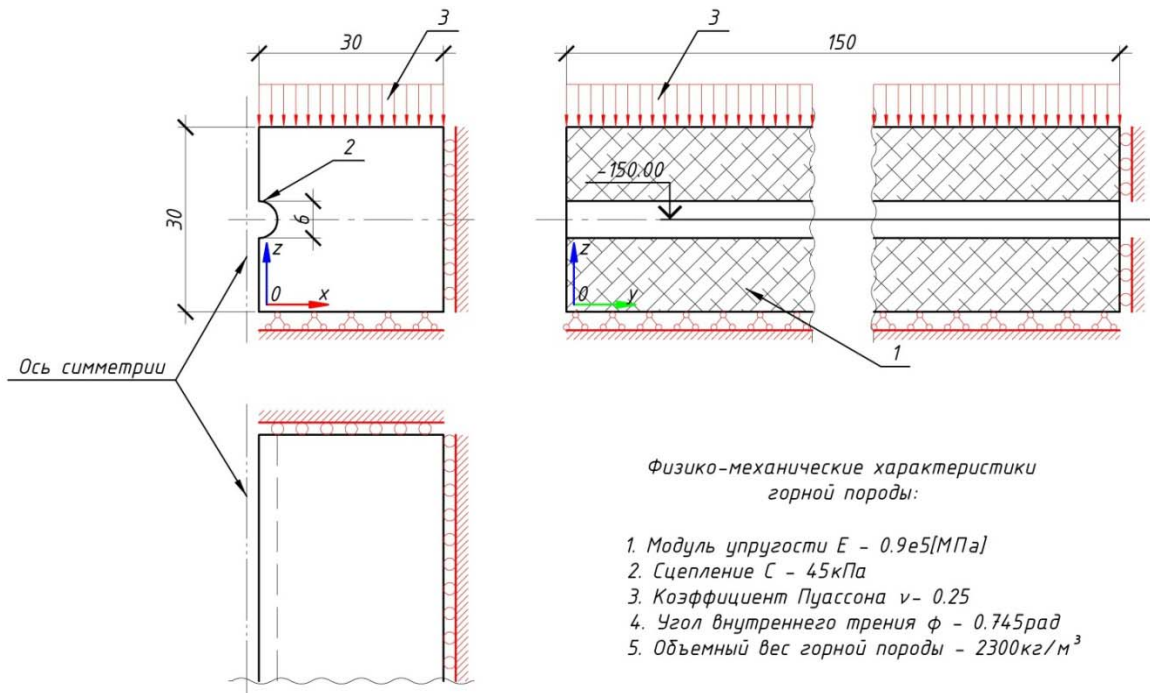


Рисунок 4. Расчетная модель горного массива с пройденной выработкой

Результаты и выводы

После проведенных экспериментов было получено распределение всех девяти компонент напряжений вдоль выработки гидротехнического туннеля.

Максимальные значения напряжений и расстояния от разлома до точки, в которой действуют эти напряжения, даны в таблице 3. Эксперименты приведены в порядке возрастания бытового модуля упругости массива.

Таблица 3. Сводная таблица максимальных значений напряжений σ_x, σ_y вдоль выработки туннеля и расстояния от оси разлома до точки, в которой действуют эти напряжения

№ эксперимента	σ_x, Pa	L_{σ_x}, m	σ_y, Pa	L_{σ_y}, m
4	65312	2.04	1.69e+005	5.04
6	1.48e+005	1.99	2.39e+005	5.49
2	1.31e+005	1.99	2.20e+005	5.49
13	2.60e+005	2.34	3.25e+005	6.04
7	1.43e+005	2.34	2.16e+005	5.69
3	2.77e+005	2.34	3.38e+005	5.54
1	3.49e+005	2.34	3.99e+005	6.69
10	3.61e+005	2.54	4.00e+005	6.74
8	3.62e+005	2.49	4.00e+005	6.19
11	3.70e+005	2.49	3.96e+005	6.69
9	3.91e+005	2.54	4.14e+005	6.39
5	5.13e+005	2.84	5.31e+005	6.74
14	5.20e+005	2.94	5.39e+005	6.69
12	5.66e+005	2.94	5.80e+005	6.99
16	6.01e+005	2.94	6.10e+005	6.99
15	6.22e+005	2.94	6.32e+005	6.99

Анализируя данные таблицы 3, можно заметить, что с ростом модуля упругости горного массива растягивающие напряжения вблизи разлома возрастают (σ_x от 65 до 622,46 кПа, σ_y от 169,15 до 632,17 кПа) и координаты их максимумов смещаются вглубь массива.

Диаграмма Парето

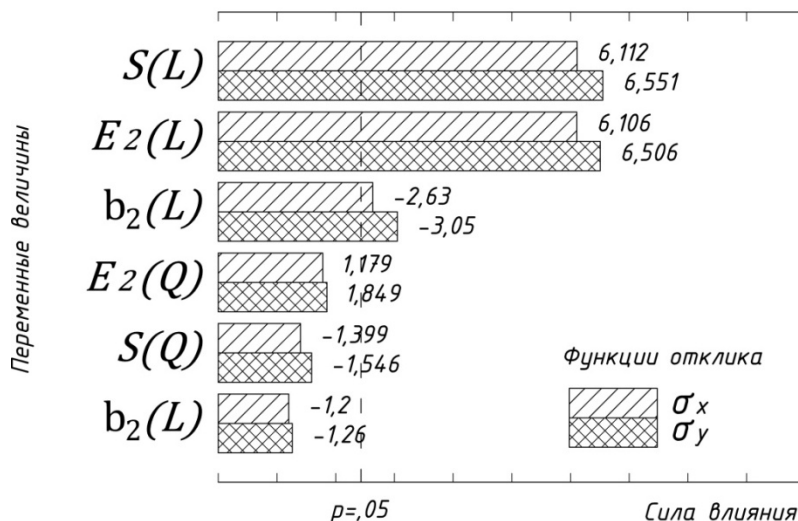


Рисунок 5. Диаграмма Парето

Чтобы оценить влияние переменных факторов на функцию отклика, авторы построили диаграммы Парето (рисунок 5), из которых следует:

- 1) между переменной величиной S с одной стороны, модулем упругости заполнителя E_2 с другой стороны и напряжениями σ_x и σ_y с третьей существует прямо пропорциональная зависимость (эффект Парето положителен);
- 2) между переменной величиной b_2 и напряжениями σ_x и σ_y наблюдается зависимость обратно пропорциональная (эффект Парето отрицателен).

$L_{\sigma_x}, L_{\sigma_y}$ – расстояние от разлома до точки, на которой действуют напряжения σ_x и σ_y соответственно.

Эти данные хорошо согласуются с физическим смыслом используемой модели горного массива.

Для получения однозначного ответа о виде напряженного состояния вблизи выработки туннеля был использован параметр Лоде:

$$\mu = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}. \quad (11)$$

Таким образом, проанализировав данные таблицы 3 и диаграмму Парето (рисунок 5), можно сделать следующие выводы.

1. НДС горного массива вблизи разлома зависит от характеристик трещиноватости вблизи разлома, что необходимо учитывать в расчетах.

2. Используя распределение главных напряжений совместно с параметром Лоде, можно однозначно определить вид напряженного состояния в каждой точке. Следовательно, различные теории прочности можно применять к различным участкам туннеля.

Продолжением данного исследования может быть разработка конструктивных изменений крепи с учетом влияния разлома на распределение напряжений, а также разработка методики определения устойчивости выработки с учетом изменения НДС горного массива вблизи разлома.

Бухарцев В.Н., Волков Е.Н. Влияние разломов на напряженно-деформированное состояние горного массива вблизи выработки туннеля

Литература

1. Тимошенко С.П. Теория упругости. Л.: Главная редакция теоретико-технической литературы, 1937. 453 с.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 710 с.
3. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. Киев: Наукова Думка, 1968. 892 с.
4. Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и уступами. Киев: Вища школа, 1975. 228 с.
5. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. 492 с.
6. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
7. Александров А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Наука, 1978. 464 с.
8. Fahimifar A., Tehrani F.M., Hedayat A. Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic material under hydrostatic stress field // Tunnelling and Underground Space Technology. 2010. Vol. 25. Issue 4. Pp. 297–304.
9. Афанасова О.В. Расчет двуслойных обделок напорных тоннелей с учетом неоднородности окружающего массива пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2001. Вып. 11. С. 173–174.
10. Вычислительные методы в механике разрушения / Под ред. С. Атлури. М.: Мир, 1990. 390 с.
11. Рац М.В., Чернышев С.Н. Трещиноватость и свойства трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1970. 161 с.
12. Лобацкая Р.М. Структурная зональность разломов. М.: Недра. 1987. 129 с.
13. Иудин М.М. О трещиноватости массива горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2007. Том 17. №2. С. 279–284.
14. Редькин Г.М. Показатели структурной раздробленности массивов горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2009. Вып. 12. С. 219–225.
15. Бурзунова Ю.П. Углы между сопряженными системами приразломных трещин в идеализированных и природных парагенезисах, формирующихся в различных динамических обстановках // Литосфера. 2011. №2. С. 94–110.
16. Астафуров С.В., Шилько Е.В., Псахье С.Г. Влияние стесненных условий на характер деформирования и разрушения блочных сред при сдвиговом нагружении // Физическая мезомеханика. 2009. Том 12. №6. С. 22–32.
17. Кочарян Г.Г. Разломная зона как нелинейная механическая система // Физическая мезомеханика. 2010. Том 13. № Спец. выпуск. С. 5–17.
18. Новикова Л.В., Приходько В.В. Оценка влияния системной трещиноватости на проявление горного давления вокруг выработок // Горный информационно-аналитический бюллетень. 1997. Вып. 1. С. 148–150.
19. Wu H., Fang Q., Guo Z. Zonal disintegration phenomenon in rock mass surrounding deep tunnels // Journal of China University of Mining and Technology. 2008. Vol. 18. Issue 2. Pages 187–193.
20. Caputo R. Why joints are more abundant than faults. A conceptual model to estimate their ratio in layered carbonate rocks // Journal of Structural Geology. 2010. Vol. 32. Issue 9. Pp. 1257–1270.
21. Zhu W.C., Liu J., Tang C.A., Zhao X.D., Brady B.H. Simulation of progressive fracturing processes around underground excavations under biaxial compression // Tunnelling and Underground Space Technology. 2005. Vol. 20. Issue 3. Pp. 231–247.
22. Гартман Т.Н. Статистическая обработка результатов активного эксперимента. М.: Изд-во Российского химико-технологического ун-та, 2006. 51 с.

**Евгений Николаевич Волков, Санкт-Петербург, Россия
Тел. моб.: +7(981)881-96-47; эл. почта: volkov.e.n@gmail.com*

© Бухарцев В.Н., Волков Е.Н., 2013

doi: 10.5862/MCE.39.1

Influence of discontinuities on the rock mass stress-strain state around excavation

V.N. Bukhartsev;**E.N. Volkov,***Saint-Petersburg State Polytechnical University, Saint-Petersburg, Russia
+7(981)881-96-47; e-mail: volkov.e.n@gmail.com*

Key words

stress-strain state; tunnel; discontinuities; rock fracturing; principal stresses; Lode parameter

Abstract

Adequate mathematical modeling of selvage zone and natural fracturing as well as assessment of its impact on stress-strain state – urgent problems in calculation of hydraulic tunnels. Modern Russian regulations in fact give dependences only to solve the problems in plane deformation conditions. The specificity of work of the tunnel that crosses the discontinuity, as a space frame are not taken into account.

This article presents influence of discontinuities and fracture characteristics on the rock mass stress-strain state around excavation. Fractured rock mass model was analyzed. Formula of modulus of elasticity for fractured rock mass at distance from the fault was deduced. Influence of discontinuities on the stress distribution was estimated with using experiment design method.

On the basis of the conducted research it was established, that assessing rock stress-strain state around the fracture is necessary to consider rock mass fracture characteristics; and using principal stresses distribution in combination with Lode parameter we can clearly estimate the type of stress-strain state in each point, therefore, we can use different strength theories for different sections of the tunnel.

References

1. Timoshenko S.P. *Teoriya uprugosti* [Elasticity theory]. Leningrad: Glavnaia redaktsiya teoretiko-tekhnicheskoy literatury, 1937. 453 p. (rus)
2. Muskhelishvili N.I. *Nekotoryye osnovnyye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti* [Some primal problems of mathematical elasticity theory]. Moscow: Nauka, 1966. 710 p. (rus)
3. Savin G.N. *Raspredeleniye napriazheniy okolo otverstiy* [Stress distribution near openings]. Kiev: Naukova Dumka, 1968. 892 p. (rus)
4. Kosmodamianskiy A.S. *Ploskaya zadacha teorii uprugosti dlya plastin s otverstiyami, vrezami i ustupami* [Plane problem of elasticity theory for plates with openings, apertures and ledges]. Kiev: Vishcha shkola, 1975. 228 p. (rus)
5. Lurye A.I. *Prostranstvennyye zadachi teorii uprugosti* [Three-dimensional problems of elasticity theory]. Moscow: Gosudarstvennoye izdatelstvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1955. 492 p. (rus)
6. Lurye A.I. *Teoriya uprugosti* [Elasticity theory]. Moscow: Nauka, 1970. 940 p. (rus)
7. Aleksandrov A.I. *Prostranstvennyye zadachi teorii uprugosti* [Three-dimensional problems of elasticity theory]. Moscow: Nauka, 1978. 464 p. (rus)
8. Fahimifar A., Tehrani F.M., Hedayat A. Analytical solution for the excavation of circular tunnels in a visco-elastic material under hydrostatic stress field. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2010. Vol. 25. Issue 4. Pp. 297–304.
9. Afanasova O.V. *Mining informational and analytical bulletin*. 2001. Vol. 11. Pp. 173–174. (rus)
10. *Vychislitelnyye metody v mekhanike razrusheniya* [Computational method in fracture mechanics]. Edited by S. Atluri. Moscow: Mir, 1990. 390 p. (rus)
11. Rats M.V., Chernyshev S.N. *Treshchinovatost i svoystva treshchinovatykh gornyx porod* [Fracturing and properties of fractured ground]. Moscow: Nedra, 1970. 161 p. (rus)
12. Lobatskaya R.M. *Strukturnaya zonalnost razlomov* [Structural zonality of fault]. Moscow: Nedra, 1987. 129 p. (rus)
13. Iudin M.M. *Mining informational and analytical bulletin*. 2007. Vol. 17. No.2. Pp. 279–284. (rus)

14. Redkin G.M. *Mining informational and analytical bulletin*. 2009. Vol. 12. Pp. 219–225. (rus)
15. Burzunova Yu.P. *Lithosphere*. 2011. No.2. Pp. 94–110. (rus)
16. Astafurov S.V., Shilko E.V., Psakhye S.G. *Physical Mesomechanics*. 2009. Vol. 12. No.6. Pp. 22–32. (rus)
17. Kocharian G.G. *Physical Mesomechanics*. 2010. Vol. 13. No.Special Issue. Pp. 5–17. (rus)
18. Novikova L.V., Prikhodko V.V. *Mining informational and analytical bulletin*. 1997. Vol. 1. Pp. 148–150. (rus)
19. Wu H., Fang Q., Guo Z. Zonal disintegration phenomenon in rock mass surrounding deep tunnels. *Journal of China University of Mining and Technology*. 2008. Vol. 18. Issue 2. Pp. 187–193.
20. Caputo R. Why joints are more abundant than faults. A conceptual model to estimate their ratio in layered carbonate rocks. *Journal of Structural Geology*. 2010. Vol. 32. Pp. 1257–1270.
21. Zhu W.C., Liu J., Tang C.A., Zhao X.D., Brady B.H. Simulation of progressive fracturing processes around underground excavations under biaxial compression. *Tunnelling and Underground Space Technology*. 2005. Vol. 20. Issue 3. Pp. 231–247.
22. Gartman T.N. *Statisticheskaya obrabotka rezultatov aktivnogo eksperimenta* [Statistical processing of active experiment's results]. Moscow: Izd-vo Rossiyskogo khimiko-tehnologicheskogo uni-ta, 2006. 51 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 3–11