

Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

*Д.т.н., профессор Л.И. Высоцкий**,

ФГБОУ ВПО Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

Ключевые слова: осредненная скорость; модели продольно-однородных течений; отрицательная вихревая вязкость

С давних времен модели продольно-однородных турбулентных потоков подробно анализировались не только ввиду их широкого распространения в технике, но и в связи с относительной простотой применения к ним различных гипотез и теоретических построений. Указанные модели являются хорошей базой для совершенствования методов анализа и построения расчетных схем в целях повышения точности технических результатов.

С учетом опытов А. Фейджа и Х. Тауненда [1], В.Б. Гуссака [2], Е.М. Хабахпашевой [3], М.В. Загаролы [4, 5] и других ученых, можно утверждать, что предложенная Л. Прандтлем двухслойная модель продольно-однородного турбулентного потока, сыгравшая огромную роль в развитии теории турбулентности, на самом деле не имеет места. Высокоточными опытами было доказано, что ламинарный пограничный слой в этих течениях отсутствует, а турбулентные пульсации проникают вплоть до твердых стенок. Наиболее емко это положение сформулировано в работе [6]: «... в настоящее время термин «ламинарный подслой» представляется мало удачным».

Существенную роль в анализе турбулентных течений сыграло составление системы уравнений баланса турбулентной энергии, согласно которой поддержание турбулентных движений происходит за счет отбора части энергии от осредненного движения. Ответственными за это в уравнениях являются, как известно, члены типа $-\overline{\rho u_i' u_j'}$, $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, причем при положительном их

значении энергия заимствуется у осредненного течения, а при отрицательном – возвращается осредненному течению. Большую роль в развитии этой проблемы сыграло предложение Ж. Буссинеска [7], который выразил вторые одноточечные моменты $-\overline{u_i' u_j'}$ через турбулентный кинематический коэффициент вязкости (вихревую вязкость). В общем случае, как полагают, этот коэффициент должен выражаться тензором четвертого ранга, что находится в стадии обсуждения. Однако, оставляя общий случай и возвращаясь к рассматриваемому продольно-однородному турбулентному течению, заметим, что предложенное Ж. Буссинеском выражение

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_T \frac{d\bar{u}_x}{dy} \quad (1)$$

безупречно, так как в нем одна неизвестная величина ($-\overline{u_i' u_j'}$) выражается через другую неизвестную величину (ν_T). Значение ν_T предлагается находить экспериментально с использованием формулы (1):

$$\nu_T = -\frac{\overline{u_i' u_j'}}{\frac{d\bar{u}_x}{dy}} \quad (2)$$

По поводу выражения (1) в работе [6] высказано мнение, что «собственно говоря, само по себе соотношение (1) даже не является предположением и не устанавливает новой связи, оно только заменяет неизвестное новым неизвестным».

Из вышесказанного следует, что случай, когда $\nu_T > 0$, соответствует переходу кинетической энергии от осредненного движения к турбулентному, а при $\nu_T < 0$, наоборот, возвращению ее от турбулентного движения к осредненному.

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

В этой связи имеются два основных мнения. Первое заключается в том, что в продольно-однородных турбулентных потоках кинематический коэффициент турбулентной вязкости (далее – вихревой вязкости) может быть лишь существенно *положительной* величиной [6]. Возможность появления отрицательной вихревой вязкости связывается с экзотическими течениями типа турбулентных туманностей [8], протуберанцами, течением Гольфстрим и т.д. В работе [6] вихревой вязкости присваивается положительное значение на том основании, что «при течении несжимаемой жидкости в трубах, каналах, пограничных слоях, где прямые измерения величин $-\overline{\rho u_i' u_j'}$, $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ показывают даже, что величина $-\overline{\rho u_i' u_j'}$ $\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ здесь всегда оказывается положительной во всех точках турбулентного потока».

Второе мнение, о возможности существования условия $\nu_T < 0$, высказывалось Ф. Форхгеймером [9], Н.А. Слезкиным [10] и др. [11]. Например, Ф. Форхгеймер полагал, что «осредненное течение может превращаться не только в тепло, но и в вихри; пожалуй, и наоборот, благодаря уменьшению вихрей может появиться ускорение осредненного движения; однако относительно этого опытных данных нет» [9].

Есть основания полагать, что мнение, высказанное в работе [6], стало преобладающим и получило широкое распространение среди многих исследователей.

Попытаемся доказать, что это утверждение было высказано без анализа упомянутых эмпирических формул.

Будем исходить из того, что осредненные продольно-однородные течения подчиняются закону [12, 13, 14]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{u_*^2}{\nu + \nu_T} \left(1 - \frac{y}{L}\right), \quad (3)$$

где \bar{u} – осредненная скорость;

y – расстояние по нормали от твердой стенки;

L – характерная длина (радиус трубы r_0 или глубина плоского потока H).

Ясно, что градиент скорости при $y = 0$, то есть на твердой стенке, равен:

$$\left. \frac{d\bar{u}}{dy} \right|_{y=0} = \frac{u_*^2}{\nu}. \quad (4)$$

Если предположить, как это сделано в работе [6], что ν_T является существенно положительной величиной, то отсюда следует, что ни в одной другой точке $y > 0$ значение

градиента скорости не может превзойти величину $\frac{u_*^2}{\nu}$. Этот критерий является надежным

средством проверки любых формул для распределения осредненных скоростей на учет ими зон с отрицательной вихревой вязкостью. Очевидным признаком в пристенной зоне, то есть при малых значениях y , наличия зоны с отрицательной турбулентной вязкостью является строгое условие

$$\frac{d\bar{u}}{dy} > \frac{u_*^2}{\nu}. \quad (5)$$

Ограничимся рассмотрением в качестве примера одной из известных моделей продольно-однородного потока – трехслойной моделью Т. Кармана [15]. Согласно этой модели осредненные скорости распределены в толще потока по законам:

- при $0 \leq y \leq 5 \frac{\nu}{u_*}$

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \frac{u_*}{\nu} y, \text{ или } u^+ = y^+; \quad (6a)$$

- при $5 \frac{\nu}{u_*} < y \leq 30 \frac{\nu}{u_*}$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5 \ln \frac{u_*}{5\nu} y - 3,05, \text{ или } u^+ = 5 \ln \frac{y^+}{5} - 3,05; \quad (6б)$$

- при $y > 30 \frac{\nu}{u_*}$

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 2,5 \ln \frac{u_*}{\nu} y + 5,5, \text{ или } u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5. \quad (6в)$$

Из (3) легко получить выражение (с переходом к безразмерным координатам):

$$\frac{\nu}{\nu_T} = \frac{1}{\frac{du^+}{dy^+}} \left(1 - \frac{y}{L}\right) - 1, \quad (7)$$

где $u^+ = \frac{\bar{u}}{u_*}$, $y^+ = \frac{u_* y}{\nu}$.

Для первой зоны получим $\frac{du^+}{dy^+} = 1$. Тогда

$$\frac{\nu}{\nu_T} = \frac{1}{1} \left(1 - \frac{y}{L}\right) - 1 = -\frac{y}{L} < 0. \quad (8)$$

То есть в данной зоне вихревая вязкость *отрицательна*.

Рассмотрим вторую зону. Здесь $\frac{du^+}{dy^+} = \frac{5}{y^+}$. Следовательно,

$$\frac{\nu}{\nu_T} = \frac{y^+}{5} \left(1 - \frac{y}{L}\right) - 1. \quad (9)$$

Граничное значение y^+ для этой зоны равно 5. Тогда получим

$$\frac{\nu}{\nu_T} = \frac{5}{5} \left(1 - \frac{y}{L}\right) - 1 = -\frac{y}{L} < 0.$$

Следовательно, и в некоторой части буферной зоны в модели Т. Кармана имеется слой с *отрицательной* вихревой вязкостью. Легко получить значение $y_{пред.}$, ограничивающее слой с отрицательной турбулентной вязкостью в буферной зоне:

$$y_{пред.} = \frac{L}{2} - \sqrt{\frac{L^2}{u} - \frac{5L\nu}{u_*}}. \quad (10)$$

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

Полуэмпирические формулы многократно подвергались корректировке введением различных поправок (Коулза [16], Ротта [17] и др.). На примере наиболее известной поправки Коулза [16], называемой «законом следа», легко показать, что если она и исправляет ту или иную формулу, то в сторону увеличения толщин слоя с отрицательной вихревой вязкостью. На самом деле, закон распределения осредненных скоростей с поправкой Коулза имеет вид той или иной формулы (например, приведенный выше набор формул Т. Кармана, умноженный на существенно положительный множитель, изменяющий свою величину от 1 до 2 по синусоидальному закону). То есть осредненные скорости в пределах пограничного слоя несколько увеличиваются, что усугубляет изложенное.

Эюра распределения осредненных скоростей в продольно-однородных потоках при условии $\nu_T > 0$ схематично представлена на рис. 1. На нем требования, выражаемые соотношениями (3) и (4), сводятся к наличию луча, проведенного из начала координат под углом $\theta = \arctg \frac{d\bar{u}}{dy}$, который имеет лишь одну общую точку с эюрой в начале координат ($y = 0, \bar{u} = 0$),

то есть сама эюра скоростей нигде этот луч не пересекает. В случае, когда вблизи стенки возникает слой, в котором $\nu_T < 0$, эюра скоростей смещается вправо и тот же луч пересекает ее в точке, отстоящей от твердой стенки на некоторое малое расстояние (рис. 2).

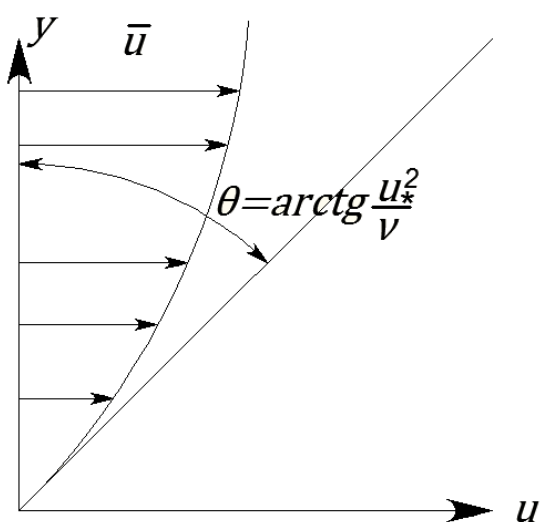


Рисунок 1. Схема эюры скоростей при $\nu_T > 0$

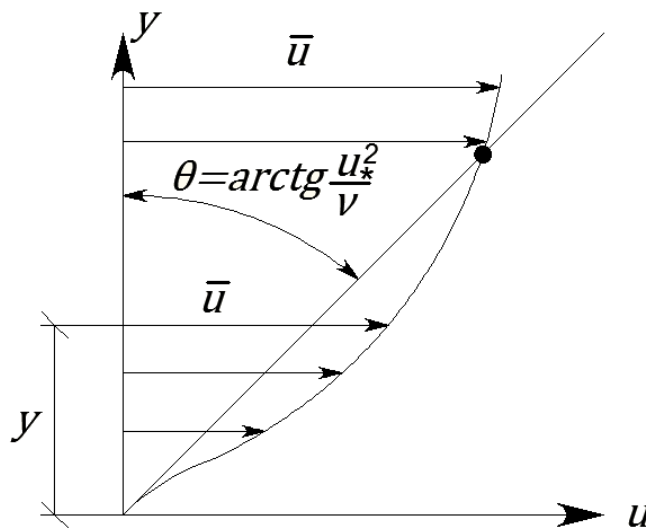


Рисунок 2. Схема эюры скоростей при $\nu_T < 0$

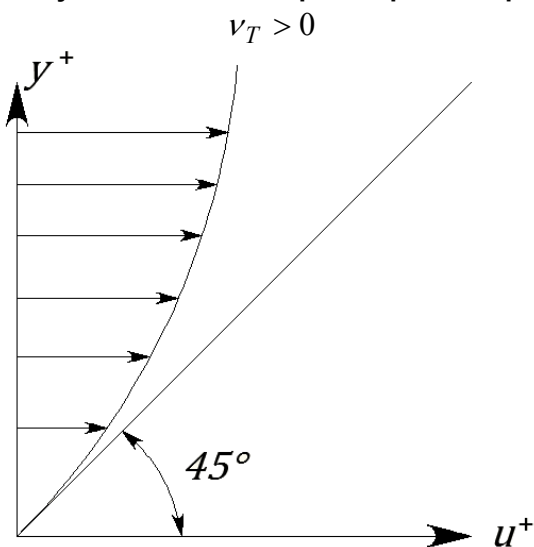


Рисунок 3. Схема эюры скоростей при $\nu_T > 0$

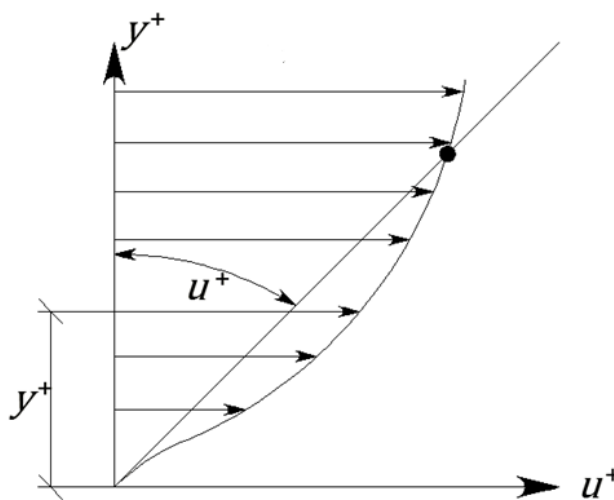


Рисунок 4. Схема эюры скоростей при $\nu_T < 0$

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

По эюре осредненных скоростей легко установить наличие условия $v_T < 0$. Как следует из рис. 2, ему соответствует соотношение

$$\bar{u} > \frac{u_*^2}{\nu} y. \quad (11)$$

В безразмерных координатах u^+, y^+ те же графики будут иметь вид, показанный на рисунках 3 и 4.

В безразмерной системе координат признак выполнения условия $v_T < 0$ сводится к наличию зоны с соотношением $u^+ > y^+$.

При представлении опытных данных в табличной форме соотношения $u^+ \gg y^+$ легко фиксируются и, следовательно, с помощью таких таблиц легко обнаружить зоны с отрицательной вихревой вязкостью. В качестве примера приведем данные недавно опубликованных результатов высокоточных экспериментов М.В. Загаролы [4] и Ж.М. Остерлунда [18,19] (см. таблицу 1).

Таблица 1. Результаты опытных данных по распределению осредненных скоростей в круглой трубе М.В. Загаролы [4] и погранслое Ж.М. Остерлунда [18]

Re	Автор	y^+	u^+	$u^+ \gg y^+$	Значение v_T
31577	Загарола (круглая труба)	5,933	6,832	>	Отрицательное
		6,521	7,220	>	
		7,243	7,797	>	
		8,072	8,378	>	
41727	Загарола (круглая труба)	7,604	8,238	>	Отрицательное
		8,358	8,764	>	
		9,283	9,422	>	
23119	Остерлунд (погранслоем на пластине)	5,562	5,633	>	Отрицательное
22845	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.100	4.329	>	Отрицательное
21099	Остерлунд (погранслоем на пластине)	5.224	5.327	>	Отрицательное
20258	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.305	4.609	>	Отрицательное
		5.757	5.769	>	
18480	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.628	4.895	>	Отрицательное
17901	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.096	4.185	>	Отрицательное
16422	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.022	4.290	>	Отрицательное
14207	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.922	4.933	>	Отрицательное
8209	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.686	4.712	>	Отрицательное
6699	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.999	5.127	>	Отрицательное
3654	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.198	4.381	>	Отрицательное
4312	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.017	4.103	>	Отрицательное
17279	Остерлунд (погранслоем на пластине)	4.113	4.404	>	Отрицательное

Простой анализ приведенных данных позволяет установить, что, во-первых, измерить скорость на расстояниях $y^+ < 4$ исследователям не удалось, и, во-вторых, в ближайших к твердой поверхности точках на расстояниях $y^+ = 4 \div 5$, а иногда $y^+ = 7 \div 8$ устойчиво наблюдается удовлетворение условия (11).

Выводы

1. Существование отрицательной вихревой вязкости до сих пор стоит под вопросом, однако на протяжении почти столетия расчеты в проектной практике во всем мире ведутся с ее учетом.

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

2. Существующие до сих пор модели осредненных продольно-однородных потоков не включают в состав предлагаемых зон слой с отрицательной вихревой вязкостью, то есть слой, в котором кинетическая энергия турбулентности возвращается от турбулентного движения к осредненному.

3. Анализ полуэмпирических формул для распределения осредненных скоростей, широко используемых в технических расчетах, показал, что они де-факто учитывают этот феномен.

4. Появившиеся в последнее время результаты высокоточных измерений распределения осредненных скоростей в трубах и пограничном слое на плоской пластине напрямую свидетельствуют в пользу существования слоя с отрицательной вязкостью, что является прямым подтверждением этого факта.

5. Существующее положение следует исправить внесением в состав слоев, на которые условно делится пристенная зона, тонкого пристенного слоя с течением при наличии отрицательной вихревой вязкости (то есть с контргradientным течением). Это послужит совершенствованию формул для расчета распределения осредненных скоростей.

Литература

1. Fage A., Townend H. Examination of turbulent flow with an ultramicroscope // Proceedings of the Royal Society. 1932. Vol.135. Ser. A. Pp. 1-49.
2. Гуссак В.Б. Некоторые наблюдения над эрозией почв в пограничном слое с помощью микрокиносъемки // Почвоведение. 1948. №7. С. 453-457.
3. Хабахпашева Е.М. Некоторые данные о структуре течения в вязком подслое // Проблемы теплофизики и физической гидродинамики. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1974. С. 223-235.
4. Zagarola M.V., Smits A.J. High Reynolds number Turbulent Flows. URL: <http://www.princeton.edu/~gasdyn/HRTF.html>.
5. Zagarola M.V. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow // Journal of Fluid Mechanics. 1998. Vol. 373. Pp. 33-79.
6. Монин А.М. Статическая гидромеханика. В 2 ч. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 640 с.; 1967. Ч. 2. 720 с.
7. Boussinesq J. Essai sur le theorie des eaux courantes. Paris, 1877. 680 p.
8. Старр В. Физика явлений с отрицательной вязкостью. М.: Мир, 1971. 262 с.
9. Форхгеймер Ф. Гидравлика. М.–Л.: ОНТИ, 1935. 616 с.
10. Слезкин Н.А. Динамика вязкой жидкости. М.: Гостехиздат, 1955. 512 с.
11. Hanjalic K., Launder B.E. Fully-developed flow in rectangular ducts of non-uniform surface texture. Part I. An experimental investigation // Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 51. Part 2. Pp. 301-335.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970. 904 с.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
14. Хинце И.О. Турбулентность, ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963. 612 с.
15. Karman T.Y. Mechanical similarity and turbulence // Nachrichten von der Gesellschaften der Wissenschaften zu Gittingen. Mathematisch Physikalische Klasse. 1930. Pp. 56-76.
16. Coles D. The low of the wake in turbulent boundary layer // Journal of Fluid Mechanics. 1956. Vol. 1. No.3. Pp. 191-226.
17. Ротта И.К. Турбулентный пограничный слой в несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1967. 220 с.
18. Osterlund J. Experimental Studies of Zero Pressure-Gradient Turbulent Boundary-Layer Flow. Thesis. Technical Reports from Royal Institute of Technology. Department of Mechanics. Stockholm, 1999. URL: <http://www.mech.kth.se/~jens/zpg/art/zpg.pdf>
19. Osterlund J.M., Johansson A.V. Measurements in a flat plate turbulent boundary layer // Proceedings of the conference "Turbulence shear-flow phenomena 1". Santa Barbara, USA, 1999. 6 p.

Лев Ильич Высоцкий, г. Саратов, Россия

Тел.раб.: +7(8452)99-89-12; эл.почта: vysotli@jandex.ru

© Высоцкий Л.И., 2013

Высоцкий Л.И. Существуют ли зоны с отрицательной вихревой вязкостью в продольно-однородных турбулентных потоках?

doi: 10.5862/MCE.37.7

Do the zones with negative eddy viscosity in longitudinally homogeneous turbulent flows exist?

L.I. Vysotskiy,*Saratov State Technical University of Yuri Gagarin, Saratov, Russia
+7(8452)99-89-12; e-mail: vysotli@jandex.ru*

Key words

time mean velocity; models of longitudinally homogenous flows; negative eddy viscosity

Abstract

The article explains the experimental data and confirms the presence of a thin wall layer with contragradient flow in longitudinally homogeneous turbulent flows.

Review of opinions about the possibility of existence of zones with negative turbulent viscosity in the longitudinally homogeneous turbulent flows is given. There were obtained criteria, which make it easy to identify the areas with negative turbulent viscosity using empirical formulas.

Application of the proposed criteria to the most noted empirical formulas revealed the record of the estimated area. Engaging with the same purpose of the most accurate experimental data has led to a positive result that allows drawing a definite conclusion about the existence of the zone with negative turbulent viscosity near the solid boundaries of longitudinally homogeneous flows.

References

1. Fage A., Townend H. Examination of turbulent flow with an ultramicroscope. *Proceedings of the Royal Society*. 1932. Vol. 135. Ser. A. Pp. 1–49.
2. Gussak V.B. *Pochvovedeniye*. 1948. No.7. Pp. 453–457. (rus)
3. Khabakhpasheva Ye.M. *Problemy teplofiziki i fizicheskoy gidrodinamiki*. Novosibirsk: Izd-vo SO AN SSSR, 1974. Pp. 223–235. (rus)
4. Zagarola M.V., Smits A.J. High Reynolds number Turbulent Flows. <http://www.princeton.edu/~gasdyn/HRTF.html>.
5. Zagarola M.V. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 1998. Vol. 373. Pp. 33–79.
6. Monin A.M. *Sticheseskaya gidromekhanika* [Static hydromechanics]. In 2 parts. M.: Nauka, 1965. Part 1. 640 p.; 1967. Part 2. 720 p. (rus)
7. Boussinesq J. *Essai sur le theorie des eaux courantes*. Paris, 1877. 680 p.
8. Starr V. *Fizika yavleniy s otritsatelnoy vyazkostyu* [Physics of the effects with negative viscosity]. M.: Mir, 1971. 262 p. (rus)
9. Forkhgeymer F. *Gidravlika* [Hydraulics]. Moscow–Leningrad: ONTI, 1935. 616 p. (rus)
10. Slezkin N.A. *Dinamika vyazkoy zhidkosti* [Dynamics of viscous fluid]. Moscow: Gostekhizdat, 1955. 512 p. (rus)
11. Hanjalic K., Launder B.E. Fully-developed flow in rectangular ducts of non-uniform surface texture. Part I. An experimental investigation. *J. Fluid Mech.* 1972. Vol. 51. Part 2. Pp. 301–335.
12. Loytsyanskiy L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Mechanics of fluid and gas]. Moscow: Nauka, 1970. 904 p. (rus)
13. Shlikhting G. *Teoriya pogramichnogo sloya* [Boundary-layer theory]. Moscow: Nauka, 1974. 712 p. (rus)
14. Khintse I.O. *Turbulentnost, yeye mekhanizm i teoriya* [Turbulence, its mechanism and theory]. Moscow: Fizmatgiz, 1963. 612 p. (rus)
15. Karman T.Y. Mechanical similarity and turbulence. *Nachrichten von der Gesellschaften der Wissenschaften zu Giittingen. Mathematisch Physikalische Klasse*. 1930. Pp. 56–76.
16. Coles D. The low of the wake in turbulent boundary. *Journal of Fluid Mechanics*. 1956. Vol. 1. No.3. Pp. 191–226.

17. Rotta I.K. *Turbulentnyy pogramichnyy sloy v neszhimayemoy zhidkosti* [Turbulent boundary layer in incompressible liquid]. Leningrad: Sudostroyeniye, 1967. 220 p. (rus)
18. Osterlund J. Experimental Studies of Zero Pressure-Gradient Turbulent Boundary-Layer Flow. Thesis. *Technical Reports from Royal Institute of Technology. Department of Mechanics*. Stockholm, 1999. URL: <http://www.mech.kth.se/~jens/zpg/art/zpg>.
19. Osterlund J.M., Johansson A.V. Measurements in a flat plate turbulent boundary layer. *Proceedings of the conference "Turbulence shear-flow phenomena 1"*. Santa Barbara, USA, 1999. 6 p.

Full text of this article in Russian: pp. 48–53