

Учет влияния неопределенных факторов при определении гидродинамического давления на плотину

К.т.н., ведущий научный сотрудник Б.Д. Кауфман,
ОАО «ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева»*

Ключевые слова: плотина; основание; сейсмическое воздействие; гидродинамическое давление; неопределенные факторы; теория вероятностей; теория возможностей

Динамическое давление воды на плотину при землетрясении зависит от ряда факторов, среди которых значительную роль играет поглощение энергии колебаний дном водохранилища. Однако определение параметра поглощения связано с большими трудностями, т.к. на его величину оказывают большое влияние не только характеристики материала дна, но и находящиеся на нем наносы, ил, мусор и т.п., что делает эту характеристику существенно неопределенной.

Задача об оценке гидродинамического давления, действующего на напорную грань плотины при колебаниях основания сооружения, была решена Вестергардом [1] в 1931 г. в связи с проектированием плотин в сейсмически активных районах. Расчетная схема Вестергарда приведена на рис. 1.

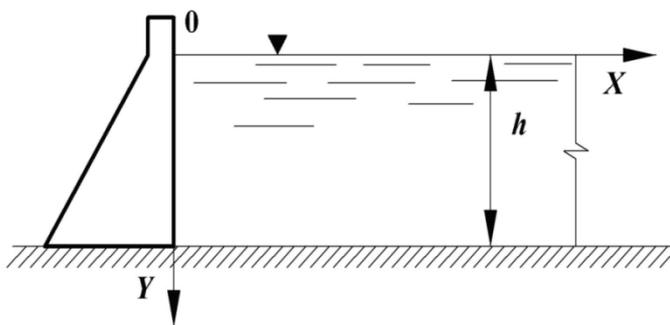


Рисунок 1. Расчетная схема Вестергарда

Постановка задачи при гармонических колебаниях

Рассматривалась плоская задача гидромеханики для полубесконечного слоя жидкости конечной глубины; вода считалась невязкой сжимаемой жидкостью; волнообразование на свободной поверхности не учитывалось; жесткая плотина с вертикальной напорной гранью совершала горизонтальные поступательные гармонические колебания; исследовались малые колебания системы.

При принятых допущениях потенциал скоростей движения жидкости $\Phi(x, y, t)$ должен удовлетворять волновому уравнению, которое в случае плоской задачи имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Граничные условия задачи:

- на свободной поверхности

$$y = 0: \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

- на дне бассейна

$$y = h: \quad \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0; \quad (3)$$

- на линии контакта стенки и жидкости

$$x = 0 : \frac{\partial \Phi}{\partial x} = v(t), \quad (4)$$

где $v(t)$ – заданная скорость движения стенки;
при $x \rightarrow \infty$ должно выполняться условие:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Начальные условия, как обычно в задачах сейсмостойкости, считаются нулевыми: $f(x, y, 0) = \Phi(x, y, 0)$. Гидродинамическое давление на плотину выражается через потенциал скоростей при помощи линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа, т.е.

$$p(x, y, t) = \rho_0 \Phi(x, y, t). \quad (6)$$

В случае гармонических колебаний

$$v(t) = v_0 \exp i \omega t, \quad (7)$$

$$\Phi(x, y, t) = \varphi(x, y) \exp i \omega t, \quad (8)$$

где v_0 – интенсивность динамического воздействия.

При этом волновое уравнение (1) переходит в уравнение Гельмгольца относительно $\varphi(x, y)$, решение которого можно получить методом разделения переменных:

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} A_n Y_n(y) X_n(x), \quad (9)$$

где

$$Y_n(y) = \sin v_n \frac{y}{h}; \quad v_n = \frac{n\pi}{2} \quad (n = 1, 3, \dots). \quad (10)$$

Это решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y, t) &= \varphi(x, y) \exp i \omega t = \\ &= i \sum_{n=1,3,\dots}^N A_n'' Y_n(y) \exp i \left\{ \omega t - \left[\left(\frac{\omega h}{c_0} - v_n^2 \right)^{1/2} \frac{x}{h} \right] \right\} +, \\ &+ \sum_{n=N}^{\infty} A_n' Y_n(y) \exp \left\{ i \omega t - \left[v_n^2 - \left(\frac{\omega h}{c_0} \right)^2 \right]^{1/2} \frac{x}{h} \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$A_n = A_n' = -\frac{2v_0 h}{v_n} \left[v_n^2 - \left(\frac{\omega h}{c_0} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (12)$$

$$A_n = A_n'' = -\frac{2v_0 h}{v_n} \left[\left(\frac{\omega h}{c_0} \right)^2 - v_n^2 \right]^{-1/2}. \quad (13)$$

Здесь под N понимается то значение n , начиная с которого будет выполняться соотношение $\omega h / c_0 < v_n$.

Выражение (11) справедливо во всем частотном диапазоне за исключением точек

$$\omega_n = \frac{n\pi c_0}{2h}; \quad T_n = \frac{4h}{c_0 n} \quad (n = 1, 3, \dots), \quad (14)$$

которые являются собственными частотами (периодами) полубесконечного объема жидкости. При приближении преобладающей частоты сейсмического воздействия к одной из этих собственных частот имеет место явление акустического резонанса: гидродинамическое давление неограниченно возрастает и решение уравнения (11) малых колебаний жидкости (1) теряет смысл. Из формулы (14) видно, что при преобладающих периодах сейсмических колебаний $T = 0.1-0.5$ с. (характерных для скальных грунтов) акустический резонанс наступает при глубинах $h = 0.25 c_0 T \approx 40 \div 200$ м обычных для современного плотностроения [2].

Вслед за решением Вестергарда появилось множество работ, в которых учитывались различные новые факторы: ограниченность бассейна, нестационарность колебаний, волнообразование на свободной поверхности, влияние неровности дна и т.д. Обзор этих исследований приведен в работах [3,4]. Однако вопрос об определении гидродинамического давления в резонансных зонах долго оставался открытым, так как потери энергии в системе при решении задачи не учитывались. Таким образом, ошибочные рекомендации по определению гидродинамического давления на плотины в конце 60-х годов прошлого столетия имели место как в научной, так и в справочной литературе [5].

Натурные исследования, проведенные в Японии в 1958-65 гг. Т. Хатано [6] и Т. Такахаши [7], не обнаружили резонансного увеличения гидродинамического давления. По результатам этих работ Т. Хатано высказал предположение, что причиной отсутствия акустического резонанса является значительное поглощение волн давления дном водохранилища, в то время как решение Вестергарда получено исходя из гипотезы их полного отражения, чему соответствует граничное условие (3). Это условие, как известно, точно выполняется лишь в предельном случае, когда

$$\text{отношение акустического сопротивления материала дна и воды } q = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_0 c_0} \rightarrow \infty.$$

Свое предположение Т. Хатано подтвердил, проведя ряд опытов в стальном баке, наполненном водой, в котором при помощи поршня возбуждались колебания [6]. При частоте колебаний поршня, равной первой собственной частоте объема воды, наблюдалось значительное повышение давления, т.е. имело место явление резонанса. При той же частоте, но со слоем песка на дне явления резонанса не наблюдалось.

Выводы Т. Хатано, сделанные по результатам натурных и модельных исследований, служили лишь иллюстрацией явления поглощения и не могли быть использованы для каких-либо количественных оценок повышения давления при резонансе. Теоретическое решение этой проблемы для случая гармонических колебаний было получено С.Г. Шульманом [2]. Считалось, что при резонансе на границе двух сред ($y=h$) вместо (3) выполняется условие:

$$\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = Y \frac{\partial \Phi}{\partial n}, \quad (15)$$

где n – нормаль к поверхности раздела сред, выражающая известную в акустике концепцию «удельного акустического импеданса» [8].

При гармонических колебаниях $\Phi = \varphi \exp i\omega t$, и (15) принимает вид:

$$\rho_0 i\omega \varphi = Y \frac{\partial \Phi}{\partial n}. \quad (16)$$

Коэффициент Y , связывающий величины давления и колебательной скорости на границе раздела, является в общем случае комплексным, т.е.

$$Y = R + i(\omega m - k/\omega). \quad (17)$$

В работе [2] подробно проанализированы основные частные случаи выражения (17) и показано, что при $\text{Im} Y = 0, Y = R = \rho_0 c_0 q$ получаем случай, когда учитываются только поглощающие свойства основания. Считая, что нормаль к границе раздела сред совпадает с осью y , вместо (3) имеем следующее условие при $y = h$:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{i \omega}{c_0 q} \varphi. \quad (18)$$

В результате было получено следующее выражение для $\varphi(x, y)$:

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} A_n \text{sh} \lambda_n \frac{y}{h} \times \exp \left\{ -i \left[\left(\frac{\omega h}{c_0} \right)^2 + \lambda_n^2 \right]^{1/2} \frac{x}{h} \right\}, \quad (19)$$

где $\lambda_n = \varepsilon_n + i \delta_n$ – корни характеристического уравнения

$$\text{cth} \lambda_n = \frac{\omega h}{c_0 q} \frac{i}{\lambda_n}. \quad (20)$$

При малом поглощении приближенно считается, что частоты собственных колебаний системы с поглощением равны частотам системы без поглощения. Тогда $\varepsilon_n = 1/q \ll 1$. Ф. Морзом [8] было показано, что в этом случае корни уравнения (20) выражаются простой приближенной формулой:

$$\lambda_n = \frac{1}{q} + i \frac{n\pi}{2} \quad (n = 1, 3, \dots), \quad (21)$$

и выражение для A_n в (19) будет иметь вид:

$$A_n \approx \frac{2iv_0}{\lambda_n h} (\text{cth} \lambda_n - 1) = \left[\left(\frac{\omega h}{c_0} \right)^2 + \lambda_n^2 \right]^{-1/2}. \quad (22)$$

Подстановка значений λ_n и A_n в выражение (19) приводит после соответствующих преобразований к приближенной формуле для определения инерционной составляющей гидродинамического давления у подошвы плотины (при $x = 0, y = h$ и $\omega \rightarrow \omega_1$):

$$p(0, h) = v_0 \rho_0 \omega h [0.51 \sqrt{q} - 0.08]. \quad (23)$$

По формуле Вестергарда при $\omega \ll \omega_1$:

$$p_0^* = p(0, h) / v_0 \rho_0 \omega h = 0.74, \quad (24)$$

что позволяет оценить увеличение гидродинамического давления на сооружение при первом резонансе. На рис. 2 (кривая 1) представлена зависимость $p(0, h) / p_0^*(0, h)$ от q .

Решение С.Г. Шульмана было подтверждено результатами экспериментальных исследований Б.А. Белгородского [9], выполненных в лабораторных условиях методом голографической интерферометрии. В качестве модельной задачи рассматривался случай $\omega \ll \omega_1$ (т.е. задача Вестергарда без учета сжимаемости), давший хорошее совпадение с теоретическим решением. Затем были определены значения гидродинамического давления, действующего на поршень в режиме акустического резонанса при $\omega = \omega_1$ для различных значений q . На рис. 2 приведены четыре экспериментальные точки (*). График свидетельствует об удовлетворительном совпадении результатов эксперимента с результатами расчета.

Кауфман Б.Д. Учет влияния неопределенных факторов при определении гидродинамического давления на плотину

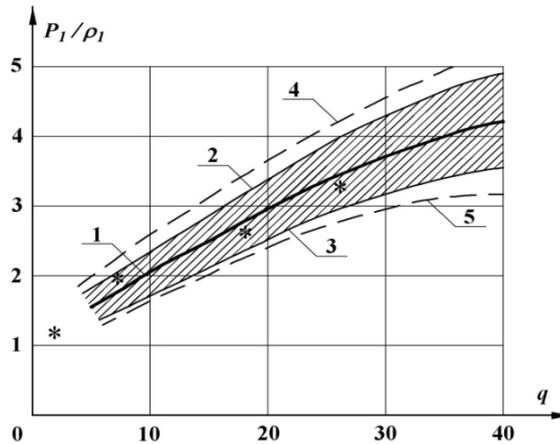


Рисунок 2. Зависимость сейсмического давления воды от соотношения акустического сопротивления материала дна и воды q :

1 – решение по (23) [2]; (*)результаты эксперимента [9]; 2,3 – верхняя и нижняя границы для вероятностного решения; 4,5 – верхняя и нижняя границы для возможностного решения

Следует отметить, что в рассматриваемых задачах q формально характеризует соотношение акустических (сейсмических) жесткостей основания и жидкости, реально же является показателем поглощающих свойств дна и существенно зависит от наличия, толщины и распределения различных наносов, песка, ила и т.п. Так, наличие небольшого слоя песка на дне стального бака в экспериментах Т. Хатано [6] приводило к исчезновению резонансных пиков гидродинамического давления. Указанные обстоятельства, а также сложность определения q в реальных условиях предопределяют существенную неопределенность этого параметра. Особо следует отметить роль неопределенных факторов в возможности возникновения резонансных явлений при сейсмических воздействиях, также отличающихся неопределенностью.

Сейсмические воздействия в большинстве случаев отличаются выраженным импульсивным характером, и сооружение совершает нестационарные колебания. Нестационарная задача о колебаниях системы «сооружение – основание – водная среда» с импедансным условием (15) на границе раздела сред не встречается в литературе. В связи с этим представляет интерес рассмотрение данной задачи в вероятностной постановке, а также с применением теории возможностей [10,11], используемой при недостаточной статистической информации о параметрах системы.

Рассматривая задачу о гармонических колебаниях в вероятностной постановке, воспользуемся детерминистическим решением С.Г. Шульмана [2]. Будем считать, что v_0 и q , входящие в (23) – случайные величины, для которых известны $m_q, \sigma_q, m_{v_0}, \sigma_{v_0}, m_p$. Определим параметры m_p и σ_p случайной величины p :

$$m_p = 0.51\rho_0\omega h m_{v_0} (\sqrt{m_q} - 0.157), \tag{25}$$

$$\sigma_p = 0.51\rho_0\omega h \left[\sigma_{v_0} (\sqrt{m_q} - 0.157) + \frac{\sigma_q}{2\sqrt{m_q}} m_{v_0} \right]. \tag{26}$$

На рис. 2 представлена область (между кривыми 2 и 3) разброса относительного увеличения давления p при $\omega \rightarrow \omega_1$. Результаты получены при $\sigma_q = 0.3m_q$ и $\sigma_{v_0} = 0.1m_{v_0}$.

Переходя к решению задачи в рамках теории возможностей, положим, что v_0 и q – нечеткие величины, для которых известны параметры функции распределения возможностей (ФРВоз) [10,11] $a_{v_0}, b_{v_0}, a_q, b_q$. Определим параметры ФРВоз нечеткой величины p , руководствуясь правилами перемножения нечетких переменных [12]:

$$a_p = 0.51\rho_0\omega h a_{v_0} (a_z - 0.157), \quad (27)$$

$$b_p = 0.51\rho_0\omega h [b_{v_0} (a_z - 0.157) + b_z m_{v_0}]. \quad (28)$$

На рис. 2 между кривыми 4 и 5 расположена зона разброса значений относительного увеличения давления $p(0, h)/p_0^*(0, h)$ при первом резонансе, полученная по теории возможностей при прежних значениях исходных параметров. Она несколько шире зоны, полученной при использовании вероятностного подхода.

Нестационарная задача

Перейдем к решению задачи о нестационарных сейсмических колебаниях. Она состоит в решении волнового уравнения (1) при граничных условиях (2), (4), (5), (15) и нулевых начальных условиях.

Для решения воспользуемся интегральным преобразованием Лапласа по времени, после применения которого (1) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{s^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}. \quad (29)$$

Используя метод разделения переменных, будем искать решение для $\bar{\Phi}$ в виде:

$$\bar{\Phi}(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} A_n Y_n(y) X_n(x). \quad (30)$$

Из граничных условий (2) и (15) получаем:

$$Y_n(y) = sh \lambda_n \frac{y}{h}, \quad (31)$$

где λ_n – корни характеристического уравнения:

$$cth \lambda_n = \frac{h}{c_0 q} \frac{s}{\lambda_n}. \quad (32)$$

Выражение для $X_n(x)$, удовлетворяющее граничным условиям (4) и (5), имеет вид:

$$X_n(x) = \exp\left(-b_n \frac{x}{h}\right). \quad (33)$$

Подстановка (30) с учетом (31) и (33) в уравнение (29) позволяет получить выражение для b_n :

$$b_n = \sqrt{\frac{s^2 h^2}{c_0^2} - \lambda_n^2}. \quad (34)$$

Теперь $\bar{\Phi}(x, y)$ примет вид:

$$\bar{\Phi}(x, y) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} A_n sh \lambda_n \frac{y}{h} \times \exp\left(-\sqrt{\frac{s^2 h^2}{c_0^2} - \lambda_n^2} \frac{x}{h}\right). \quad (35)$$

Коэффициенты A_n определяются из преобразованного граничного условия (4):

$$\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} A_n X_n'(0) sh \lambda_n \frac{y}{h} = v(s). \quad (36)$$

Обозначим: $B_n = A_n X'_n(0)$. Из (36) следует, что постоянные B_n являются коэффициентами разложения функции $v(s)$ в ряд по системе неортогональных комплексных функций $sh\lambda_n \frac{y}{h}$. В [2] показано, что при учете только поглощающих свойств основания и, соответственно, использовании граничного условия (15) с $Y = \rho_0 c_0 q$ и $q \gg 1$ для вычисления B_n можно пользоваться формулой:

$$B_n = \frac{2v(s)}{\lambda_n} (ch\lambda_n - 1). \quad (37)$$

При этих же допущениях можно использовать приближенную формулу (21), предложенную Ф. Морзом для определения λ_n . Тогда получим:

$$A_n \approx -\frac{2v(s)}{\lambda_n h} (ch\lambda_n - 1) \left[\frac{s^2 h^2}{c_0^2} - \lambda_n^2 \right]^{-1/2}. \quad (38)$$

Таким образом, выражение для $\bar{\Phi}(x, y)$ примет вид:

$$\bar{\Phi}(x, y) = -\frac{2v(s)}{\lambda_n h} (ch\lambda_n - 1) \frac{c_0}{h} \left[s^2 - \frac{\lambda_n^2 c_0^2}{h^2} \right]^{-1/2} sh\lambda_n \frac{y}{h} \exp\left(-\frac{x}{c_0} \sqrt{s^2 - \frac{\lambda_n^2 c_0^2}{h^2}}\right). \quad (39)$$

Отдельно рассмотрим сомножители в (39), содержащие λ_n :

$$\frac{1}{\lambda_n} (ch\lambda_n - 1) \approx \frac{2}{n\pi} \left[1 - \frac{2}{qn\pi} \right]. \quad (40)$$

После применения обратного преобразования Лапласа [13, с. 223, №36] при $v(t) = \int_0^t W(\tau) d\tau$ получим следующее выражение для гидродинамического давления:

$$p(x, y, t) = \rho_0 \bar{\Phi}(x, y, t) = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[1 - \frac{2}{qn\pi} \right] \times \\ \times sh\lambda_n \frac{y}{h} \times \int_{\frac{x}{c_0}}^t W(t-\tau) \times J_0 \sqrt{\tau^2 - \frac{x^2}{c_0^2}} d\tau, t > x/c_0, \quad (41) \\ p(x, y, t) = 0, \quad 0 < t < x/c_0$$

где J_0 – цилиндрическая функция 1-го рода нулевого порядка.

При $q \rightarrow \infty$, т.е. при абсолютно жестком основании, выражение (41) совпадает с решением, полученным С. Коцубо [13] для нестационарного варианта классической схемы Вестергарда.

Выражение (41) позволяет приближенно оценить влияние затухания, связанного с поглощением волн давления основанием вне резонансных зон, на гидродинамическое давление. Так, например, при $q = 5$ давление понижается на 20%, а при $q = 2$ – на 53%, т.е. влияние этого параметра весьма существенно. На рис. 3 представлен график снижения давления в зависимости от q .

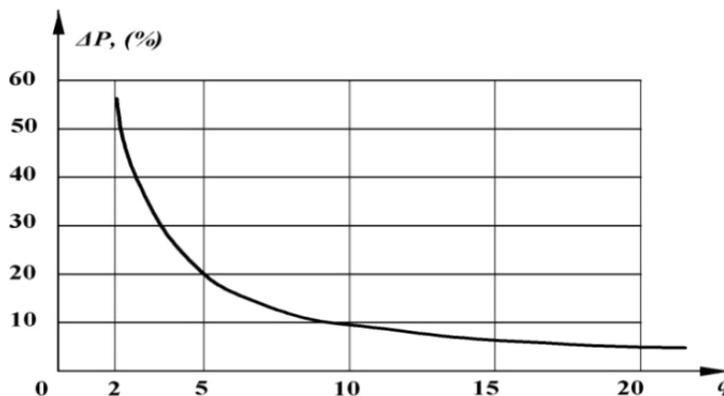


Рисунок 3. Зависимость относительного снижения давления от отношения акустических жесткостей материала дна и воды q вне резонансных зон

Перейдем теперь к рассмотрению простейшего частного случая нестационарного движения, когда к основанию сооружения прикладывается импульс ускорения и стенка в момент времени $t = 0$ приобретает конечную скорость v_0 . Граничное условие при $x = 0$ будет в этом случае иметь вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = v_0 H(t), \quad (42)$$

где $H(t)$ – функция Хевисайда:

$$H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}. \quad (43)$$

Из (41) получим:

$$p(x, y, t) = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 v_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[1 - \frac{2}{qn\pi} \right] \times \\ \times sh \lambda_n \frac{y}{h} J_0 \left[\lambda_n \frac{c_0}{h} \sqrt{t^2 - \frac{x^2}{c_0^2}} \right], \quad t > x/c_0 \quad (44)$$

$$p(x, y, t) = 0, \quad 0 < t < x/c_0$$

Давление на плотину ($x = 0$):

$$p(0, y, t) = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 v_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[1 - \frac{2}{qn\pi} \right] \times sh \lambda_n \frac{y}{h} J_0 \left[\lambda_n \frac{c_0 t}{h} \right]. \quad (45)$$

Рассмотрим важный для задач сейсмостойкости сооружений частный случай, когда основание сооружения в момент времени $t = 0$ получает постоянное ускорение W_0 , которое остается постоянным в течение короткого интервала времени Δt , а затем исчезает («сейсмический удар» по А.Г. Назарову) [2,15]:

$$W(t) = \begin{cases} W_0 = const \text{ npu} & 0 < t < \Delta t \\ 0 \text{ npu} & t < 0; t > \Delta t \end{cases}. \quad (46)$$

Из общего решения (44) получим:

$$p(x, y, t) = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 W_0 \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[1 - \frac{2}{qn\pi} \right] \times$$

$$\times sh \lambda_n \frac{y}{h} \int_0^t J_0 \left[\lambda_n \frac{c_0}{h} \sqrt{(t-\tau)^2 - \frac{x^2}{c_0^2}} \right], t > x/c_0 \quad (47)$$

$$p(x, y, t) = 0, \quad 0 < t < x/c_0$$

Решение для единичного импульса (47) распространяется на случай периодически повторяющихся импульсов. Если пренебречь влиянием начальных условий, то воздействие $W(t)$ представляется в виде:

$$W(t) = \frac{v_0}{T} + \frac{2v_0}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \cos k\omega t, \quad (48)$$

где T – период импульсного воздействия.

Гидродинамическое давление $p_k(x, y, t)$ от каждой составляющей ряда (48) определяется по (47). В результате получим:

$$p(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k(x, y, t) \cos k\omega t. \quad (49)$$

При $n\pi/2 = k\omega t/c_0$ ($k = 0, 1, 2, \dots; n = 1, 3, \dots$) возникает ударный акустический резонанс, который может иметь место при глубинах бассейна (или частотах колебаний), в k раз меньших, чем явление «обычного» акустического резонанса.

Перейдем к рассмотрению задачи в вероятностной постановке. В решении (47) содержатся две величины, отличающиеся существенной неопределенностью: W_0 – интенсивность сейсмического воздействия и параметр q . Будем считать W_0 и q случайными величинами, для которых известны математические ожидания и среднеквадратические отклонения $m_{w_0}, \sigma_{w_0}, m_q, \sigma_q$. Определим параметры m_p и σ_p в соответствии с (47) [16]:

$$m_p = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 m_{w_0} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[1 - \frac{2}{m_q n \pi} \right] \times$$

$$\times sh \lambda_n \frac{y}{h} \int_0^t J_0 \left[\lambda_n \frac{c_0}{h} \sqrt{(t-\tau)^2 - \frac{x^2}{c_0^2}} \right], t > x/c_0 \quad (50)$$

$$\sigma_p = \frac{4}{\pi} \rho_0 c_0 m_{w_0} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \times \left[\sigma_{w_0} \left(1 - \frac{2}{m_q n \pi} \right) + \frac{2m_{w_0} \sigma_q}{n \pi m_q^2} \right] \times$$

$$\times sh \lambda_n \frac{y}{h} \int_0^t J_0 \left[\lambda_n \frac{c_0}{h} \sqrt{(t-\tau)^2 - \frac{x^2}{c_0^2}} \right], t > x/c_0 \quad (51)$$

Обозначим через m_{Z_n} математическое ожидание функции, содержащей в (50) вероятностные характеристики m_{w_0} и m_q :

$$m_{Z_n} = m_{w_0} \left(1 - \frac{2}{m_q n \pi} \right). \quad (52)$$

Тогда среднеквадратическое отклонение σ_{Z_n} имеет вид:

$$\sigma_{Z_n} = \sigma_{w_0} \left(1 - \frac{2}{m_q n \pi} \right) + \frac{2m_{w_0} \sigma_q}{n \pi m_q^2}. \quad (53)$$

Для приближенной оценки влияния среднеквадратических отклонений случайных величин W_0 и q на гидродинамическое давление определим его коэффициент вариации $V_p = V_z = \sigma_z / m_z$. После деления (53) на (52) получим:

$$V_p = V_{W_0} + V_q \frac{1}{\frac{n\pi}{2} m_q - 1}. \quad (54)$$

Из (54) следует, что разброс значений величин W_0 и q по-разному отражается на коэффициенте вариации гидродинамического давления.

Пример расчета

Пусть $m_{w_0} = 0.4$, $\sigma_{w_0} = 0.3$; $m_{w_0} = 0.12$. Найдем зависимость V_p от q при $n = 1$. Графики этой зависимости для соотношений $\sigma_q = 0.3m_q$ и $\sigma_q = 0.4m_q$ представлены на рис. 4.

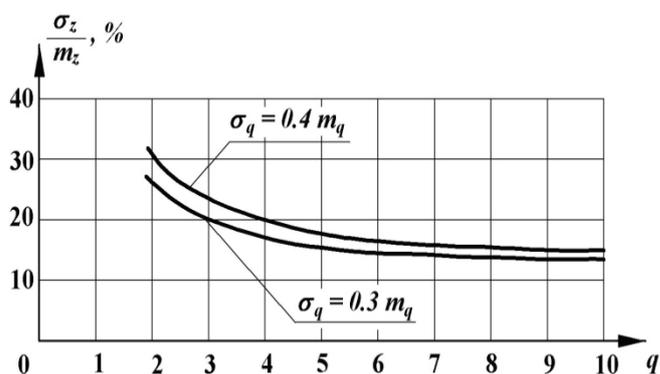


Рисунок 4. Зависимость σ_p / m_p от отношения акустического сопротивления материала дна и воды q

Из графиков видно, что при малых значениях q ($q = 2 \div 3$) относительный разброс значений давления превышает 25-30%, при больших – составляет около 15%.

Выводы

Вопросы, связанные с уточнением гидродинамического давления на арочные и гравитационные плотины, являлись предметом обсуждения на всех последних конгрессах по сейсмостойкости сооружений [17,18], так как напрямую связаны с обеспечением надежности этих ответственных объектов [17].

Полученные решения показывают, что как при стационарных, так и при нестационарных сейсмических колебаниях поглощающие свойства основания и наносов приводят к появлению затухания в системе «сооружение – водная среда – основание» и, как следствие, – к значительному снижению гидродинамического давления на плотину, что подтверждается результатами, полученными путем обработки записей сейсмометрических наблюдений [18]. Значения давления зависят от параметров сейсмического воздействия и коэффициента q , который описывает поглощающую способность дна водоема. Эти характеристики отличаются большой неопределенностью, что также необходимо принимать во внимание.

Литература

1. Westergaardt H. M. Water Pressures on Dams during Earthquakes // Proc. ASCE. 1931. Vol. 57. №9. Pp. 1303-1318.
2. Шульман С.Г. Расчеты сейсмостойкости гидросооружений с учетом влияния водной среды. М.: Энергия, 1976. 334 с.
3. Кульмач П.П. Гидродинамика гидротехнических сооружений (основные плоские задачи). М.: АН СССР, 1963. 190 с.
4. Мамрадзе Г.П., Шульман С.Г. Состояние и направление исследования гидродинамического давления, действующего на гидросооружения при сейсмических воздействиях // Труды координационных совещаний по гидротехнике. 1969. Вып. 47. С. 238-253.
5. Шейнин И.С. Колебания конструкций гидросооружений в жидкости (справочное пособие по динамике гидросооружений, ч.1). Л.: Энергия, 1967. 310 с.
6. Hatano T. An Examination on the Resonance of Hydrodynamic Pressure during Earthquake due to the Elasticity of Water. Techn. Rep. / Central Research Institute of Electric Power Industry. C-65001. 1965. 15 p.
7. Takahashi T. Vibration Tests on Concrete Dams and Results of Observation of Earthquakes and their Studies // Proc. of the 8th Intern. Congress on Large Dams. 1964. Pp. 579-617.
8. Морз Ф. Колебания и звук. М.-Л.: Гостехиздат, 1949. 496 с.
9. Белгородский Б.А., Шульман С.Г. К определению гидродинамического давления воды на сооружения при акустическом резонансе. // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. 1974. Т. 106. С. 339-340.
10. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатике. М.: Радио и связь, 1990. 228 с.
11. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets and Systems. 1978. Vol. 1. Pp. 3-28.
12. Абрамович Р.П., Вагенкнехт М.А., Хургин Я.И. Решение нечетких систем линейных алгебраических уравнений LR – типа // Методы и системы принятия решений. Рига: РПИ, 1987. С. 35-47.
13. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 343 с.
14. Kotsubo S. Dynamic Water Pressure on Dams during Earthquakes // Proc. 2th World Conference of Earthquake Engineering. Japan, 1960. Vol. 2. Pp. 799-814.
15. Завриев К.С., Назаров А.Г. и др. Основы теории сейсмостойкости зданий и сооружений. М.: Стройиздат, 1970. 222 с.
16. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 490 с.
17. Zhang C., Feng J., Pan J., Long Y. Seismic safety evaluation of high concrete dams. Part 2. Earthquake behavior of arch dams // Proceedings 14th World Conference on Earthquake Engineering. Paper №S13-81, Beijing, China, 2008. Pp. 1-15.
18. Proulx J., Darbre G., Kamilleris N. Analytical and experimental investigation of damping in arch dams based on recorded earthquake // Proceedings 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, Canada, 2004. Paper №68. Pp. 1-13.

**Борис Давидович Кауфман, Санкт-Петербург, Россия
Тел. раб.: +7(812)535-55-80; эл. почта: kaufmanBD@vniig.ru*

© Кауфман Б.Д., 2012

doi: 10.5862/MCE.35.8

Accounting for the impact of uncertain factors on the determination of the hydrodynamic pressure on the dam

B.D. Kaufman,

JSC Vedeneyev VNIIG, Saint-Petersburg, Russia

+7(812)535-55-80; e-mail: kaufmanBD@vniig.ru

Key words

dam; basis; seismic influence; hydrodynamic pressure; uncertain factors; probability theory; theory of possibilities

Abstract

Issues, related to the clarification of hydrodynamic pressure on arch and gravity dams, were the topic of all last congresses on seismic resistance, because they are directly connected with reliability control of these important facilities. Impact of water pressure on the dam in case of earthquake depends on a number of factors, including vibratory energy absorption by the bottom of the reservoir that plays a significant role. However the determination of the absorption parameter involves considerable difficulties, because it is influenced by properties of a bottom material and alluviums, silt, debris and so on. It makes this characteristic substantially uncertain.

Stationary and non-stationary plane problems of hydromechanics for a semi-infinite fluid layer of finite depth are considered. Hydrodynamic pressure on the vertical upstream face of the dam under the horizontal seismic load with energy absorption on the reservoir bottom and a layer of sediment is determined. Uncertain factors are the amplitude of the impact and the absorption parameter. Point estimation (based on probability theory) and interval estimation (using theory of possibilities) of the spread of hydrodynamic pressure on dam under acoustic resonance and non-resonance conditions are given.

References

1. Westergaardt H. M. Water Pressures on Dams during Earthquakes. *Proc. ASCE*. 1931. Vol. 57. No. 9. Pp. 1303-1318.
2. Shulman S.G. *Raschety seismostoikosti gidrosooruzheniy s uchetom vliyaniya vodnoy sredy* [Analyses of seismic stability of hydraulic structures with due regard for water medium action]. Moscow: Energiya, 1976. 334 p.(rus)
3. Kulmach P.P. *Hidrodinamika gidrotekhnicheskikh sooruzheniy (osnovnye ploskie zadachi)* [Hydrodynamics of hydraulic structures (flat major problems)]. Moscow: AN SSSR. 1963. 190 p. (rus)
4. Mamradze G.P., Shulman S.G. *Trudy koordinatsionnykh soveshchaniy po hidrotehnike*. 1969. No. 47. Pp. 238-253. (rus)
5. Sheinin I.S. *Kolebaniya konstruktsiy gidrosooruzheniy v zhidkosti* [Fluctuations in construction of hydraulic structures in the liquid]. Leningrad: Energiya, 1967. 310 p. (rus)
6. Hatano T. *An Examination on the Resonans of Hydrodynamic Pressure during Earthquake due to the Elasticity of Water*. Technical Report. Central Research Institute of Electric Power Industry. C-65001. 1965. 15 p.
7. Takahashi T. Vibration Tests on Concrete Dams and Results of Observation of Earthquakes and their Studies. *Proc. of the 8th Intern. Congress on Large Dams*. 1964. Pp.579-617.
8. Morz F. *Kolebaniya i zvuk* [Vibration and sound]. Moscow-Leningrad: Gostehizdat, 1949. 496 p. (rus)
9. Belogorodskiy B.A., Shulman S.G. *Izvestia VNIIG im. B.E. Vedeneeva*. 1974. Vol. 106. Pp. 339-340. (rus)
10. Dyubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozhenie k predstavleniyu znaniy v informatike* [Possibility Theory. An Approach to Computerized Processing of Uncertainty]. Moscow: Radio i sviaz. 1990. 228 p.(rus)
11. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*. 1978. Vol. 1. Pp. 3-28.
12. Abramovich P., Wagenknecht M., Khurgin Y. *Methods and systems of decision-making*. Riga: RPI. 1987. Pp. 35-47. (rus)

Kaufman B.D. Accounting for the impact of uncertain factors on the determination of the hydrodynamic pressure on the dam

13. Bateman H., Erdelyi A. *Tablitsy integralnykh preobrazovaniy* [Tables of integral transforms]. Vol.1. Moscow: Nauka, 1969. 343 p.(rus)
14. Kotsubo S. Dynamic Water Pressure on Dams during Earthquakes. *Proc. 2th World Conference of Earthquake Engineering*. Japan, 1960. Vol. 2. Pp.799-814.
15. Zavriev K.S., Nasarov A.G. et al. *Osnovy teorii seismostoikosti zdaniy i sooruzheniy* [Fundamentals of the theory of seismic stability of buildings and structures]. Moscow: Stroisdat, 1970. 222 p. (rus)
16. Venttsel E.S. *Teoriya veroyatnostey* [Probability theory]. Moscow: Nauka, 1969. 490 p. (rus)
17. Zhang C., Feng J., Pan J., Long Y. Seismic safety evaluation of high concrete dams. Part 2. Earthquake behavior of arch dams. *Proceedings 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Paper № S13-81, Beijing, China, 2008. Pp. 1-15.
18. Proulx J., Darbre G., Kamileris N. Analytical and experimental investigation of damping in arch dams based on recorded earthquake. *Proceedings 13th World Conference on Earthquake Engineering*. Paper № 68, Vancouver, Canada, 2004. Pp. 1-13.

Full text of this article in Russian: pp. 59-69