Численное моделирование процесса миграции влаги в зависимости от скорости промерзания грунтов

Д.т.н., профессор С.А. Кудрявцев; аспирант А.В. Кажарский*,

ФГБОУ ВПО Дальневосточный государственный университет путей сообщения

Ключевые слова: численное моделирование; влажность; вечномерзлый грунт; оттаивание

Промерзание, морозное пучение и оттаивание влажного грунта являются сложными термодинамическими процессами в промерзающих основаниях. Количественная оценка деформаций грунтов, связанных с морозным пучением и оттаиванием, является одной из сложных задач геомеханики. Основной трудностью решения указанной задачи является необходимость учета изменения состояния грунтов промерзающего и оттаивающего основания и теплофизических характеристик среды в условиях нестационарного состояния. В процессе промерзания и оттаивания одновременно с изменением температурного поля имеет место миграция влаги к фронту промерзания.

При исследовании процессов промерзания, морозного пучения и оттаивания целесообразно учитывать зависимость относительной деформации морозного пучения от скорости промерзания грунтов основания, так как процесс морозного пучения в значительной степени обусловлен миграционным подсосом влаги от уровня подземных вод к фронту промерзания. Чем ниже скорость перемещения фронта промерзания, тем больше влаги переносится к фронту промерзания, что вызывает значительные деформации морозного пучения промерзающего основания.

Исследования отечественных ученых (Н.А. Цытович, Я.А. Кроник, В.Ф. Киселев, Б.И. Далматов, Н.Н. Морарескул и др.) показывают, что основным процессом в промерзающих грунтах является перераспределение в них влажности вследствие миграции воды при промерзании [1, 2]. При замерзании воды в грунте изменяются характеристики грунта и его физико-механические свойства. Для анализа изменения характеристик грунта при миграции влаги во время процесса промерзания-оттаивания авторами были проведены исследования и составлены уравнения зависимости сопротивления сдвигу от влажности и от скорости промерзания.

Численное моделирование производилось в программном комплексе «FEM-models», разработанном геотехниками Санкт-Петербурга под руководством профессора В.М. Улицкого [3, 4, 5]. Составной частью «FEM-models» является программа «Termoground», которая позволяет с помощью численного моделирования в пространственной постановке исследовать процессы промерзания, морозного пучения и оттаивания в годичном цикле методом конечных элементов. Решение задачи численного моделирования процессов промерзания, морозного пучения и оттаивания проводится в два этапа. Первоначально решается теплотехническая задача, в результате которой определяются температурные и влажностные поля на каждый период времени. Вторым этапом решается задача определения напряженно-деформационного состояния грунтов основания в процессе морозного пучения и оттаивания [6].

В основу математической модели теплофизических процессов в программе «Termoground» положена модель промерзающего, оттаивающего и мерзлого грунта, предложенная Н.А. Цытовичем и Я.А Кроником, В.Ф. Киселевым [7-13].

Общее уравнение, описывающее процесс промерзания-оттаивания для нестационарного теплового режима в трехмерном грунтовом пространстве, можно представить в виде следующего выражения [14-15]:

$$C_{th(f)}\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_{th(f)} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_V, \tag{1}$$

где $C_{th(f)}$ – удельная теплоемкость грунтов (мерзлого или талого), Дж/кг-К; ρ – плотность грунта, кг/м³; Т – температура, К; t – время, c; $\lambda_{th(f)}$ – теплопроводность грунтов (мерзлого или талого), Вт/м-К; x, y, z – координаты, м; q_v – мощность внутренних источников тепла, Вт/м³.

При установившихся условиях поток, входящий и выходящий из элементарного объема грунта, одинаков в любое время. Левая сторона уравнения исчезает, и уравнение уменьшается до следующего выражения:

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_V = 0.$$
 (2)

Функция теплоемкости состоит из двух частей. Первая часть - объемная теплоемкость грунта (талая или мерзлая), вторая часть – скрытая теплота фазовых переходов в спектре отрицательных температур, поглощенная или отданная грунтом из-за изменений фазы грунтовой воды, представленная в форме уравнения:

$$C_{th(f)} = C_{th(f)} + L_0 \frac{\partial W_W}{\partial T}, \qquad (3)$$

где $C_{\text{th}(f)}$ – объемная теплоемкость талого или мерзлого грунта; $L_0 = 335 \times 10^6~\text{Дж/м}^3 = 335 \times 10^3~\text{кДж/м}^3 = 8975~\text{Btu/ft}^3 = 79760~\text{ккал/м}^3~-~\text{теплота}$ фазовых превращений вода-лед:

W_w – влажность незамерзшей воды.

Объемная теплоемкость $C_{th(f)}$ – это наклон кривой теплооборотов в талых и мерзлых зонах, как показано на рис. 1.

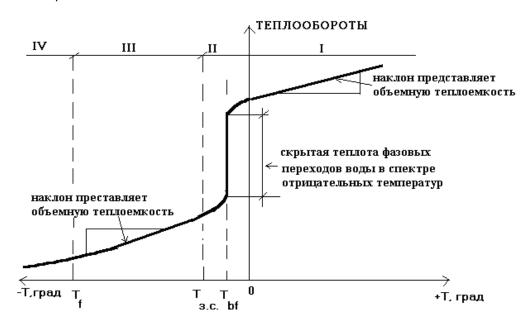


Рисунок 1. Функция теплооборотов грунта в процессе промерзания-оттаивания

Термин $L_0 \frac{\partial W_W}{\partial T}$ представляет показатель изменения компоненты скрытой теплоты фазовых переходов в спектре отрицательных температур, поглощенной или отданной грунтом из-за изменений фазы грунтовой воды (рис. 1).

Средняя влажность грунта в пределах слоя миграции в зависимости от количества миграционной влаги в зоне определяется по формуле:

$$w_{wf} = \frac{Q_{wf}}{\gamma_{d}}, \tag{5}$$

где Q_{wf} – количество миграционной влаги; γ_d – удельный вес сухого грунта.

Масса миграционной влаги Q_{wf} определяется по формуле:

$$Q_{wf} = q_{wf} \cdot A \cdot t \,, \tag{6}$$

где q_{wf} – величина интенсивности миграционного потока влаги; А – площадь сечения миграционного потока; t – время действия миграционного потока.

Ввиду того, что миграционный поток определяется в единичном объеме, удельный вес сухого грунта γ_d равен массе сухого грунта Q_d . Тогда приращение средней миграционной влажности за интервал времени равно:

$$\Delta W_{wf} = \frac{Q_{wf}}{Q_d} \,. \tag{7}$$

Проанализировав существующие зависимости приращения влажности Δw_1 (д.е.) от скорости промерзания V_f (м/время) в различных грунтах, С.А. Кудрявцев [16] подобрал аппроксимирующие функции разных типов грунтов на основе исследований Г.М. Фельдмана, Л.В. Чистотинова [17, 18, 19]. Средние значения аппроксимирующих функций зависимости приращения влажности Δw_1 от скорости промерзания V_f на границе фронта промерзания для различных грунтов описываются общим уравнением следующего вида:

$$\Delta W_{wf} = b \cdot \exp^{c \cdot v}, \tag{8}$$

где V – скорость промерзания грунта; b, c – эмпирические коэффициенты.

По многочисленным наблюдениям за колебанием грунтовых вод на территории России с сезонным промерзанием грунтов, в годовом цикле колебания уровня грунтовых вод наблюдаются два максимума: весенний и осенний. Весенний максимум в большинстве случаев характеризует наивысшее положение уровня в годовом цикле.

При решении теплофизической задачи промерзания грунта методами численного моделирования рассматривались варианты с разным уровнем грунтовых вод и различной скоростью промерзания. Исследования выполнялись для пылеватого суглинка тугопластичной консистенции как наиболее распространенного для южных районов Дальнего Востока.

В задачах численного моделирования рассматривалась различная скорость промерзания грунта со среднемесячной температурой воздуха от -2 до -9°C, соответствующая интервалу перехода промерзающего грунта в мерзлое состояние.

Уровень грунтовых вод варьировался в интервале от 1 до 2,5 м от дневной поверхности.

При решении теплофизической задачи в один день интервал изменения был разбит на 4 части (по 6 часов). Для каждых 6 часов была задана различная температура воздуха в интервале как положительных, так и отрицательных температур. Было проведено 5 серий численного моделирования процесса промерзания с миграционным изменением влажности со среднесуточной температурой воздуха, равной: $T_1=-2,08^{\circ}C$; $T_2=-4,16^{\circ}C$; $T_3=-4,33^{\circ}C$; $T_4=-6,08^{\circ}C$; $T_5=-8,75^{\circ}C$.

На рис. 2 представлено распределение температуры грунта в течение одного месяца на различных глубинах при различной скорости промерзания.

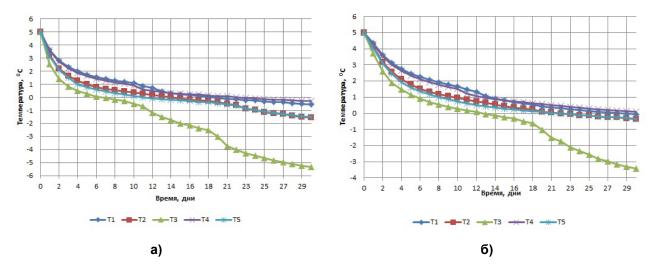


Рисунок 2 Распределение температуры по дням на глубине со среднесуточной температурой воздуха $T_1=-2.08$ °C; $T_2=-4.16$ °C; $T_3=-4.33$ °C; $T_4=-6.08$ °C; $T_5=-8.75$ °C: а) при глубине промерзания 0,6 м; б) при глубине промерзания 1.0 м

Эпюры изменения влажности грунта в зависимости от скорости промерзания представлены на рис. 3.

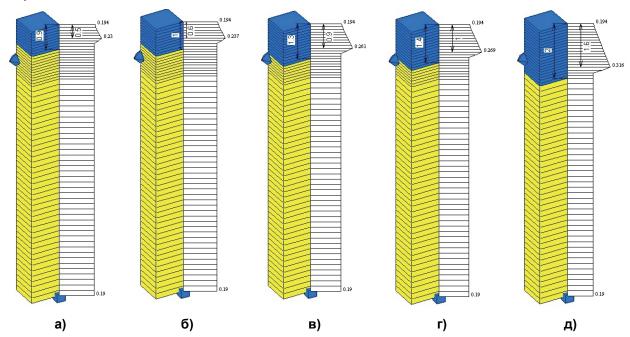


Рисунок 3. Эпюры изменения влажности грунта в зависимости от скорости промерзания со среднесуточной температурой воздуха:

а)
$$T_1=-2,08^{\circ}C$$
; б) $T_2=-4,16^{\circ}C$; в) $T_3=-4,33^{\circ}C$; г) $T_4=-6,08^{\circ}C$; д) $T_5=-8,75^{\circ}C$

Зависимость изменения влажности грунта от скорости промерзания определялась по максимальной глубине промерзания за первые 30 дней с отрицательной температурой, представлена на рис. 4.

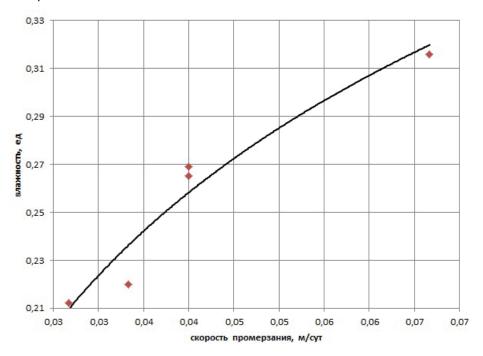


Рисунок 4. Зависимость изменения влажности грунта от скорости промерзания грунта

Из результатов численного моделирования изменения влажности в промерзающих грунтах в зависимости от скорости промерзания основания получена следующая зависимость:

$$W = 0.1204\ln(v) + 0.6459,\tag{9}$$

где w – влажность грунта; v – скорость промерзания, м/сутки.

Параметры прочности промерзающих грунтов определялись по результатам стабилометрических испытаний цилиндрических образцов глинистых грунтов в камере трехосного сжатия автоматизированного измерительно-вычислительного комплекса АСИС, разработанного в ООО «НПП «Геотек» [20].

Было проведено более 30 испытаний пылеватых суглинков различной консистенции из южной части Дальнего Востока. На основе результатов испытаний на сопротивление сдвигу глинистых грунтов в зависимости от влажности в значительном диапазоне ее изменения был составлен обобщенный график рассеивания. Данная зависимость позволяет количественно и качественно оценивать влияние влажности на сопротивление сдвигу и изменение напряженно-деформированного состояния оснований фундаментов зданий и сооружений [21].

На рис. 5 представлен график рассеивания изменения сопротивления сдвигу грунта от влажности.

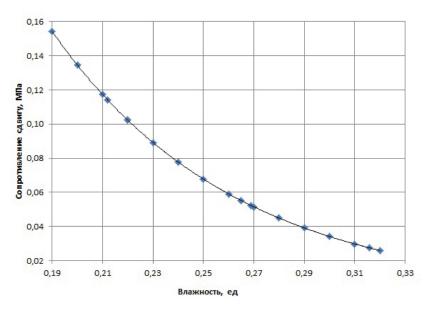


Рисунок 5. Зависимость изменения сопротивления сдвигу грунта от влажности

Выполненные исследования позволили составить параболическое уравнение зависимости сопротивления сдвигу от влажности грунта:

$$C_u = 2,0833 \cdot e^{-0.137 \cdot w} , \qquad (10)$$

где C_u – удельное сцепление грунта; w – влажность грунта.

Выводы

- 1. В результате численного исследования изменения влажности в промерзающих грунтах в зависимости от скорости промерзания основания за годичный цикл установлено, что влажность увеличивается на 68%, а сопротивление сдвигу глинистого грунта снижается в 5 раз.
- 2. При увеличении скорости промерзания с 0.03 до 0.07 м/сутки влажность у фронта промерзания увеличивается почти на 50%.
- 3. На основе проведенных испытаний сопротивления сдвигу глинистых грунтов в зависимости от влажности в значительном диапазоне ее изменения был составлен обобщенный график рассеивания.
- 4. Разработанная методика численного моделирования процесса промерзания и оттаивания позволяет на этапе проектирования оценить воздействия сил морозного пучения, снижение прочности оснований фундаментов зданий и сооружений при промерзании и оттаивании. Это позволяет эффективно внедрять современные конструкции усиления грунтовых сооружений и их оснований с использованием современных геосинтетических материалов для снижения или исключения процессов морозного пучения и оттаивания.

Литература

- 1. Далматов Б. И. Воздействие морозного пучения грунтов на фундаменты сооружений. Л.: Госстройиздат, 1957. 60 с.
- 2. Морарескул Н. Н. Исследование нормальных сил морозного пучения. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Л., 1949. 257 с.
- 3. Ulitsky V. M., Paramonov V. N. Kudryavtsev S. A., Shashkin A. G, Shashkin K. G. Frost Heave Soil // 2nd Canadian Specialty Conference on Computer Applications in Geotechnique. April 28-30, 2002. Winnipeg, Canada. Pp. 167-171.
- 4. Ulitsky V. M., Paramonov V. N., Kudryavtsev S. A., Shashkin K. G., Lisyuk M. B. Contemporary geotechnologies providing safe operation of railway embankments in permafrost conditions // 8th International Conference on Permafrost. Extended Abstracts, Reporting Current Research and New Informational Zurich, Switzerland, 20-25 July, 2003. Pp. 167-168.
- Ulitsky V. M., Paramonov V. N., Sakharov I. I., Kudryavtsev S. A., Shashkin K. G. Numerical modelling of migrant moisture component in ground frost heave forecast // 9th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics. University of Žilina, Slovak Republic. 9-12 th September 2003. Pp. 167-168.
- 6. Кудрявцев С. А. Влияние миграционной влаги на процесс морозного пучения сезонно промерзающих грунтов // Реконструкция городов и геотехническое строительство. Юбилейное издание, посвященное 65-летию профессора В.М.Улицкого. Санкт-Петербург. 2003-2004. С. 233-240.
- 7. Цытович Н. А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высш. школа, 1973. 448 с.
- 8. Кроник Я. А., Демин И. И. Расчеты температурных полей и напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений методом конечных элементов / МИСИ. М.: 1982. 102 с.
- 9. Цытович Н. А., Кроник Я. А., Лосева С. Г. Теплофизические свойства грунтовых смесей, используемых при строительстве плотин в условиях Крайнего Севера // Энерг. стр-во. 1979. № 4. С. 60-63.
- 10. Tsytovich N. A., Kronik J. A. Interrelationship of the principal phisicomechanical and thermophysical properties of coarse-grained frozen soil. Bochum, 1978 // Eng. Geol. 1979. № 13. Pp. 163-167.
- 11. Киселев М. Ф. Теория сжимаемости оттаивающих грунтов под давлением. Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1978. 176 с.
- 12. Comini G., Guidice Del S., Lewis R. W., Zienkiewicz O. C. Finite element solution of non-liner heat conduction problems with special reference to phase change // Int. J. Num. Meth. Engn. 1974. №8. Pp. 613-624.
- 13. Guidice Del S., Comini G., Lewis R. W. Finite element simulation of freezing process in soil // Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech. 1978. № 2. Pp. 223-235.
- 14. Фадеев А. Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.
- 15. Фадеев А. Б., Сахаров И. И., Репина П. И. Численное моделирование процессов промерзания и пучения в системе «фундамент основание» // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1994. №5. С. 6-9.
- 16. Кудрявцев С. А. Расчетно-теоретическое обоснование проектирования и строительства сооружений в условиях промерзающих пучинистых грунтов / ГОУ ВПО ПГУПС. СПб., 2004. 344 с.
- 17. Фельдман Г. М. Прогноз температурного режима грунтов и развития криогенных процессов. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1977. 190 с.
- 18. Чистотинов Л. В. Миграция влаги в промерзающих неводонасыщенных грунтах. М.: Наука, 1973. 144 с.
- 19. Гречищев С. Е., Чистотинов Л. В., Шур Ю. Л. Криогенные физико-геологические процессы и их прогноз. М.: Недра, 1980. 384 с.
- 20. Болдырев Г. Г. Методы определения механических свойств грунтов. Состояние вопроса: монография / ПГУАС. Пенза, 2008. 696 с.
- 21. Кудрявцев С. А., Кажарский А. В., Шишкина К. М., Бахарев В. И. Исследование изменения прочностных грунтов свойств грунтов от влажности в стабилометре при оттаивании // Научнотехнические проблемы транспорта, промышленности и образования. Труды Всероссийской научнопрактической конференции. 21-23 апреля 2010. В 6 т.;. под ред. О.Л. Рудых. . Т. 2. Хабаровск: Издво ДВГУПС, 2010. С. 62-65.
- 22. ГОСТ 12248-96 Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости / Минстрой РФ. 1996. 126 с.
- 23. ГОСТ 5180-84. Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик / Госстрой СССР. 1984 г. 38 с.

Сергей Анатольевич Кудрявцев, г. Хабаровск, Россия Тел. моб.: +7(924)208-28-29; эл. почта: kudr@festu.khv.ru

© Кудрявцев С.А., Кажарский А.В., 2012

doi: 10.5862/MCE.30.5

Numerical simulation of moisture migration depending on the rate of soil freezing

S.A. Kudryavtsev
Far Eastern State Transport University, Khabarovsk, Russia
A.V. Kazharskiy
Far Eastern State Transport University, Khabarovsk, Russia
+7(924)208-28-29; e-mail: kudr@festu.khv.ru

Key words

numerical simulation; humidity; permafrost soil; thawing

Abstract

One of the geomechanics challenges is the quantitative assessment of deformation of soils associated with frost heaving and thawing. The main difficulty in solving this problem is the need to consider changing the state of soil freezing and thawing ground and thermophysical characteristics of the medium in a transient state. The main process in frozen soil is the redistribution of moisture in them due to water migration during freezing. When water freezes, the soil characteristics, its physical and mechanical properties change.

This paper includes description of a numerical simulation method and study about humidity changing in frozen soils, depending on the rate of soil freezing. The influence of soil humidity changing on the values of strength characteristics during the process of thawing is evaluated.

The developed technique of numerical simulation of the freezing and thawing process allows assessing the impact of frost heaving forces, decreasing the strength of buildings foundations and structures during freezing and thawing at the design stage. This allows the effective implementing of modern structures for soils and foundations reinforcement using geosynthetics to reduce or eliminate frost heave processes and thawing.

References

- 1. Dalmatov B. I. *Vozdeystviye moroznogo pucheniya gruntov na fundamenty sooruzheniy* [Vozdeystviye moroznogo pucheniya gruntov na fundamenty sooruzheniy]. Leningrad: Gosstroyizdat, 1957. 60 p. (rus)
- 2. Morareskul N. N. *Issledovaniye normalnykh sil moroznogo pucheniya* [Investigation of the normal forces of frost heaving].The thesis of candidate of technical sciences. Leningrad: 1949. 257 p. (rus)
- 3. Ulitsky V. M., Paramonov V. N. Kudryavtsev S. A., Shashkin A. G, Shashkin K. G. Frost Heave Soil. *2nd Canadian Specialty Conference on Computer Applications in Geotechnique*. April 28-30, 2002. Winnipeg, Canada. Pp. 167-171.
- 4. Ulitsky V. M., Paramonov V. N., Kudryavtsev S. A., Shashkin K. G., Lisyuk M. B. Contemporary geotechnologies providing safe operation of railway embankments in permafrost conditions. *8th International Conference on Permafrost*. Extended Abstracts, Reporting Current Research and New Informational Zurich, Switzerland, 20-25 July, 2003. Rp. 167-168.
- Ulitsky V. M., Paramonov V. N., Sakharov I. I., Kudryavtsev S. A., Shashkin K. G. Numerical modelling of migrant moisture component in ground frost heave forecast. 9th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics. University of Žilina, Slovak Republic. 9-12 th September 2003. Rp. 167-168.
- 6. Kudryavtsev S. A. *Rekonstruktsiya gorodov i geotekhnicheskoye stroitelstvo* [The reconstruction of cities and Geotechnical Engineering]. Yubileynoye izdaniye, posvyashchennoye 65-letiyu professora V.M.Ulitskogo. Saint-Peterburg. 2003-2004. Pp. 233 240. (rus)
- 7. Tsytovich H. A. *Mekhanika merzlykh gruntov* [The mechanics of frozen soils]. Moscow: Vyssh. shkola, 1973. 448 p. (rus)
- 8. Kronik Ya. A., Demin I. I. Raschety temperaturnykh poley i napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya gruntovykh sooruzheniy metodom konechnykh elementov [Calculations of temperature fields and stress-strain state of soil structures by the method of finite elements]. Moscow: 1982. 102 p. (rus)
- 9. Tsytovich N. A., Kronik Ya. A., Loseva S. G. *Energ. str-vo* [Power engineering construction]. 1979. No. 4. Pp. 60-63. (rus)

Kudryavtsev S.A., Kazharskiy A.V. Numerical simulation of moisture migration depending on the rate of soil freezing

- Tsytovich N. A., Kronik J. A. Interrelationship of the principal phisicomechanical and thermophysical properties of coarse-grained frozen soil. Bochum, 1978. Eng. Geol. 1979. No. 13. Pp. 163-167.
- 11. Kiselev M. F. *Teoriya szhimayemosti ottaivayushchikh gruntov pod davleniyem* [The theory of compressibility of thawing soils under pressure]. Leningrad: Stroyizdat, Leningr. otd-niye, 1978. 176 p. (rus)
- 12. Comini G., Guidice Del S., Lewis R. W., Zienkiewicz O. C. Finite element sollution of non-liner heat conduction problems with special reference to phase change. *Int. J. Num. Meth. Engn.* 1974. No.8. Pp. 613-624.
- 13. Guidice Del S., Comini G., Lewis R. W. Finite element simulation of freezing process in soil. *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.* 1978. No. 2. Pp. 223-235.
- 14. Fadeyev A. B. *Metod konechnykh elementov v geomekhanike* [The finite element method in geomechanics]. Moscow: Nedra, 1987. 221 p. (rus)
- 15. Fadeyev A. B., Sakharov I. I., Repina P. I. *Osnovaniya, fundamenty i mekhanika gruntov* [Basements, foundations and soil mechanics]. 1994. No.5. Pp. 6-9. (rus)
- 16. Kudryavtsev S. A. Raschetno-teoreticheskoye obosnovaniye proyektirovaniya i stroitelstva sooruzheniy v usloviyakh promerzayushchikh puchinistykh gruntov [Numerical and theoretical study of design and construction of structures in freezing heaving soils]. Saint-Petersburg: 2004. 344 p. (rus)
- 17. Feldman G. M. *Prognoz temperaturnogo rezhima gruntov i razvitiya kriogennykh protsessov* [Prediction of soil temperature regime and the development of cryogenic processes]. Novosibirsk: Nauka, Sib. otdniye, 1977. 190 p. (rus)
- 18. Chistotinov L. V. *Migratsiya vlagi v promerzayushchikh nevodonasyshchennykh gruntakh* [Moisture migration in freezing not water-saturated soils]. Moscow: Nauka, 1973. 144 p. (rus)
- 19. Grechishchev S. Ye., Chistotinov L. V., Shur Yu. L. *Kriogennyye fiziko-geologicheskiye protsessy i ikh prognoz* [Cryogenic physical and geological processes and their prediction]. Moscow: Nedra, 1980. 384 p. (rus)
- 20. Boldyrev G. G. *Metody opredeleniya mekhanicheskikh svoystv gruntov* [Methods for determining the mechanical properties of soils]. Penza: 2008. 696 p. (rus)
- Kudryavtsev S. A., Kazharskiy A. V., Shishkina K. M., Bakharev V. I. Nauchno-tekhnicheskiye problemy transporta, promyshlennosti i obrazovaniya. Trudy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii [Scientific and technical problems of transport, industry and education. Proceedings of the All-Russian scientific-practical conference]. 21-23 of April. 2010. Vol. 2. Khabarovsk: Izd-vo DVGUPS, 2010. Pp. 62-65. (rus)
- 22. GOST 12248-96 Grunty. Metody laboratornogo opredeleniya kharakteristik prochnosti i deformiruyemosti [Soils. Laboratory methods for determining the characteristics of strength and deformability. National Standard]. 1996. 126 p. (rus)
- 23. GOST 5180-84. Grunty. Metody laboratornogo opredeleniya fizicheskikh kharakteristik [Soils. Laboratory methods for determining the physical characteristics. National Standard]. 1984. 38 p.

Full text of this article in Russian: pp. 33-38.